

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za računalništvo in informatiko

Marko Gavranović

ANALIZA N -MODULARNIH REDUNDANČNIH SISTEMOV

DIPLOMSKA NALOGA NA 1. STOPNJI UNIVERZITETNEGA ŠTUDIJA

izr. prof. dr. Mraz Miha, univ. dipl. ing.
MENTOR

Ljubljana, 2012



Št. naloge: 00010/2011

Datum: 02.11.2011

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za računalništvo in informatiko izdaja naslednjo nalogo:

Kandidat: **MARKO GAVRANOVIČ**

Naslov: **ANALIZA N MODULARNIH REDUNDANČNIH SISTEMOV**
ANALYSIS OF THE N-MODULAR REDUNDANT SYSTEMS

Vrsta naloge: Diplomsko delo univerzitetnega študija prve stopnje

Tematika naloge:

Kandidat naj v svojem delu opravi analizo redundantnih N modularnih sistemov. Pri tem naj se usmeri na sekvečno spojene TMR sisteme in njihove eventuelne izboljšave in opravi primerjavo med popravljivimi TMR, 5MR in 7MR sistemi.

Mentor:

prof. dr. Miha Mraz

Dekan:

prof. dr. Nikolaj Zimic



Rezultat diplomskega dela so intelektualna lastnina Fakultete za računalništvo in informatiko Univerze v Ljubljani. Za objavlanje ali izkoriščanje rezultatov diplomskega dela je potrebno pisno soglasje Fakultete za računalništvo in informatiko ter mentorja.

*Spodaj podpisani Marko Gavranović z vpisno številko 63970303 sem avtor
diplomskega dela z naslovom:*

Analiza N-modularnih redundančnih sistemov

S svojim podpisom zagotavljam, da:

- 1. sem diplomsko delo izdelal samostojno pod mentorstvom izr. prof. dr.
Mihe Mraza.*
- 2. so elektronska oblika diplomskega dela, naslov (slov., angl.), povzetek
(slov., angl) ter ključne besede (slov., angl.) identični s tiskano obliko
diplomskega dela.*
- 3. soglašam z javno objavo elektronske oblike diplomskega dela v zbirki
“Dela FRI”.*

— Marko Gavranović

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za računalništvo in informatiko

Marko Gavranović

Analiza N -modularnih redundantčnih sistemov

POVZETEK

N -modularni sistemi so sestavljeni iz vzporedno povezanih entitet, ki glasujejo, in entitet, ki štejejo prejete glasove. Prvim entitetam rečemo glasovalne naprave in drugim glasovalnik(i). Pričujoče diplomsko delo obravnava vplive različnih parametrov NMR sistemov. Spremembe vrednosti teh parametrov vplivajo na zanesljivost delovanja sistema, kot tudi na njegovo življensko dobo. Obravnavana sta dva primera in sicer prvi, ki prikazuje primerjavo med sekvenčno TMR arhitekturo in njeno razširjavo, ter drugi, ki prikazuje primerjavo med popravljivim TMR sistemom, popravljivim 5-modularnim sistemom in popravljivim 7-modularnim sistemom. V prvem delu naloge se preiskuje vpliv števila glasovalnikov na nivo glasovanja, in kako ta parameter vpliva na zanesljivost delovanja sistema $R_{sys}(t)$. V drugem delu naloge nas zanima vpliv parametrov intenzivnosti odpovedi λ , intenzivnosti odprave napake μ in števila glasovalnih naprav v sistemu N . Med temi tremi parametri obstaja močna korelacija, ki vpliva na zanesljivost delovanja sistema, kot tudi na njegovo življensko dobo.

Ključne besede: N -modularni redundantčni sistem, $R_{sys}(t)$, $MTTF$, λ , μ

University of Ljubljana
Faculty of Computer and Information Science

Marko Gavranović

Analysis of the N -modular redundant systems

ABSTRACT

N -modular redundant systems are composed of parallel connected entities, which vote, and of entities, which counts incoming votes. Those entities are called voting machines and voters. The present thesis deals with influences of different parameters of NMR systems. Differentiation of values of those parameters influence on the reliability and life-cycle of the particular system. Two examples are discussed, namely the first, which shows a comparison between the sequential TMR architecture and its breadth, and second, the comparisons between repairable TMR system to reverse 5-modular redundant system and 7-modular system. In the first part of research is investigated the impact the number of voters on the level of voting, and how this parameter affects the reliability of the system $R_{sys}(t)$. In second part of the research we are interested in the impact of three parameters the intensity of failure λ , the intensity of service of failure μ and the number of voting machines N in a different NMR system. Among these three parameters, there is strong correlation, which affects the reliability of the particular NMR system, as well its life-cycle $MTTF$.

Key words: TMR, 5-modular redundant system, 7-modular redundant system, $MTTF$, λ , μ .

ZAHVALA

Zahvaljujem se vsem, ki so mi pomagali pri izdelavi diplomskega dela. Posebej bi se zahvalil svojemu mentorju izr.prof. dr. Mihi Mrazu, ki mi je pomagal z nasveti ter me je usmerjal pri pisanju diplomskega dela. Rad bi se tudi zahvalil svojim staršem, ki so mi v času študija in v življenju stali ob strani in tudi Biljani, ki je bila moj velik motivator.

Hvala tudi baki Sofiji, ki je v svojih zadnjih trenutkih spodbujala vztrajnost v meni.

— Marko Gavranović, Ljubljana, 2012.

KAZALO

Povzetek	v
Abstract	vii
Zahvala	ix
1 Uvod	1
2 Osnovni pojmi računalniške zanesljivosti	3
2.1 Zanesljivost delovanja sistema in posamezne entitete sistema	3
2.2 Možna stanja sistema ali posamezne entitete sistema	4
2.3 Intenzivnost odpovedovanja	4
2.3.1 Konstantna intenzivnost odpovedovanja	5
2.3.2 Linearna intenzivnost odpovedovanja	6
2.3.3 Weibullova intenzivnost odpovedovanja	7
2.4 Povprečen čas do odpovedi	10
2.5 Povprečen čas med odpovedmi	10
2.6 Povprečen čas za odpravo napake	12
2.7 Osnove glasovalnih tehnik	13
2.8 Tri-modularna redundanca	13
2.9 N -modularna redundanca	17

2.10	Sekvenčne vezave konfiguracij <i>NMR</i> glasovalnih sistemov . . .	17
2.11	Nepopolnost glasovalnika v <i>TMR</i> konfiguraciji	21
3	Redundančne razširjave <i>TMR</i> sistema na nivoju glasovanja	25
3.1	Primerjava <i>TMR</i> sistema z osnovno redundančno razširjavo na nivoju glasovanja	25
3.2	Vpeljava reducirane osnovne redundančne razširjave	28
3.3	Primerjava sekvenčnih vezav <i>TMR</i> sistema in reducirane osnovne redundančne razširjave	29
4	Markovska analiza popravljivih <i>NMR</i> sistemov	33
4.1	Markovski sistem z zveznim časom in diskretnim prostorom stanj	34
4.2	Popravljivi <i>TMR</i> sistem	38
4.2.1	Preverjanje veljavnosti rešitve sistema	41
4.2.2	Zanesljivost delovanja <i>TMR</i> sistema	42
4.3	Popravljivi 5-modularni redundančni sistem	43
4.4	Popravljivi 7-modularni redundančni sistem	45
4.5	Primerjava popravljivih redundančnih sistemov	47
5	Zaključek	51
	Literatura	55

1 Uvod

N -modularna redundanca je arhitektura sistema, v katerem glasovalne naprave glede na vhod formirajo izhod in ga posredujejo glasovalniku. Slednji prešteje te glasove in večinski odziv posreduje na izhod sistema. Ponavadi se implementacije N -modularnih redundančnih sistemov nahajajo v rizičnih okoljih. Taki sistemi so vesoljska plovila (ang. *space shuttle*), avtomobili, roboti nevarna okolja (npr. nuklearne elektrarne, kjer ima lahko prisotna velika količina sevanja škodljive posledice na okolico) in obrambni sistemi. Da bi sistem podal veljaven odziv na svoj izhod, pravzaprav na izhod glasovalnika, mora biti število glasovalnih naprav liho. V 2. poglavju diplomske naloge so podani osnovni pojmi računalniške zanesljivosti. To so intenzivost odpovedovanja λ , intenzivnost servisiranja napake μ , povprečen čas do odpovedi $MTTF$, povprečen čas med odpovedi $MTBF$ in povprečen

čas odprave napake $MTTR$. Med drugim je obravnavano tudi delovanje modela TMR sistema ali majoritetnih vrat, ki je osnovna oblika NMR sistema. V tretjem poglavju je obravnavana primerjava med različnimi arhitekturami sekvenčnih TMR sistemov. V tem primeru je vpeljana redundančna razširjava na nivoju glasovanja. Analiza tega primera je narejena na osnovi enakih zanesljivostnih funkcij posameznih entitet (glasovalnih naprav in glasovalnikov - glasovalniki so neidealni, ker je njihova zanesljivost delovanja podana z verjetnostno funkcijo), ob upoštevanju bijektivne preslikave med pričujočima arhitekturama. Na ta način smo ugotovili, katera arhitektura je boljša. V četrtem poglavju so primerjani različni opsijsko popravljivi NMR sistemi (TMR , $5MR$ in $7MR$). Primerjava je podana na osnovi zanesljivosti delovanja posameznega sistema. Ker so pričujoči sistemi opsijsko popravljivi, je upoštevan tudi parameter μ . Zaradi tega parametra so izrazi za $R_{sys}(t)$ zelo dolgi. Izračun omenjenih izrazov je podan z (implicitno) matematično izpeljavo, ki vključuje uporabo sistema diferencialnih enačb in uporabo *Laplaceove transformacije*, ter simulacijskim orodjem CARMS, ki je uporabljen za verifikacijo teh izračunanih izrazov. Zaradi uporabe pričujočega orodja sta postopka matematične izpeljave za sistema $5MR$ in $7MR$ implicitno podana, kar pomeni da so prikazani samo sistemi diferencialnih enačb in grafični potek zanesljivosti delovanja $R_{sys}(t)$ za omenjena sistema.

2 Osnovni pojmi računalniške zanesljivosti

Da bi bolje razumeli vsebino pričujoče diplomske naloge, moramo najprej definirati osnovne pojme s področja računalniške zanesljivosti. Ti so *intenzivnost odpovedovanja*, *čas do odpovedi*, *čas med odpovedmi*, *čas za okrevanje*, *redundanca*, *glasovalni sistemi*, itd. V prvem delu pričujočega poglavja bomo najprej definirali osnovne pojme, v drugem pa bomo uporabili te pojme za opis osnov delovanja glasovalnih sistemov.

2.1 Zanesljivost delovanja sistema in posamezne entitete sistema

Sistem je definiran kot končna množica medsebojno povezanih entitet, ki delujejo kot celota. Zanesljivost delovanja i -te entitete sistema $R_i(t)$ je verjetnost, da ta entiteta v časovnem intervalu $[0, t]$ delovanja ne bo prešla

v stanje odpovedi. Zanesljivost delovanja sistema $R_{sys}(t)$ je verjetnost, da sistem kot celota ne preide v stanje odpovedi v časovnem intervalu $[0, t]$. Funkcija zanesljivosti delovanja $R(t)$ ponazarja verjetnost delovanja posamezne entitete ($R_i(t)$, $1 \leq i \leq N$), ali verjetnost delovanja celotnega sistema ($R_{sys}(t)$) v časovni točki t .

2.2 Možna stanja sistema ali posamezne entitete sistema

Sistem ali njegova posamezna entiteta se lahko nahaja v enem od dveh stanj:

1. **Stanje nedelovanja:** stanje v katerem sistem ali entiteta ne podata procesnega odziva na izhod, čeprav sta sprejela vhodni podatek (stanje odpovedi);
2. **Stanje delovanja:** stanje v katerem sistem ali entiteta podata procesni odziv na izhod; tovrstna stanja delimo na
 - (a) stanja pravilnega delovanja,
 - (b) stanja nepravilnega delovanja (stanje odpovedi) in
 - (c) stanja degradiranega delovanja (upočasnjeno delovanje).

2.3 Intenzivnost odpovedovanja

Intenzivnost odpovedovanja je funkcija, ki določa število odpovedi sistema ali posamezne entitete v opazovanem časovnem intervalu. Zapiše se kot razmerje med funkcijo gostote odpovedovanja $f(t)$ in funkcijo zanesljivosti $R(t)$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}. \quad (2.1)$$

Kumulativna intenzivnost odpovedovanja je po [1] integral funkcije $\lambda(t)$ iz izraza (2.1) na časovnem intervalu $[0, t]$

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(\theta) d\theta. \quad (2.2)$$

Intenzivnost odpovedovanja je časovna funkcija, kjer je življenska doba vsake entitete sistema razdeljena na tri življenska obdobja:

1. **Zgodnje življensko obdobje:** časovni interval $[0, T_1]$, v katerem intenzivnost odpovedovanja pada,
2. **Eksplatacijsko obdobje:** časovni interval med $[T_1, T_2]$, v katerem je intenzivnost odpovedovanja konstantna, linearno rastoča, ali kakšne druge oblike,
3. **Starostno obdobje:** časovni interval $[T_2, \infty)$, v katerem intenzivnost odpovedovanja s časom začne zelo hitro rasti.

Sheme omenjenih treh življenskih obdobj posamezne entitete so prikazane na sliki 2.1. Poznamo tri osnovne vrste intenzivnosti odpovedovanja in sicer *konstantno*, *linearno* in *Weibullovo*.

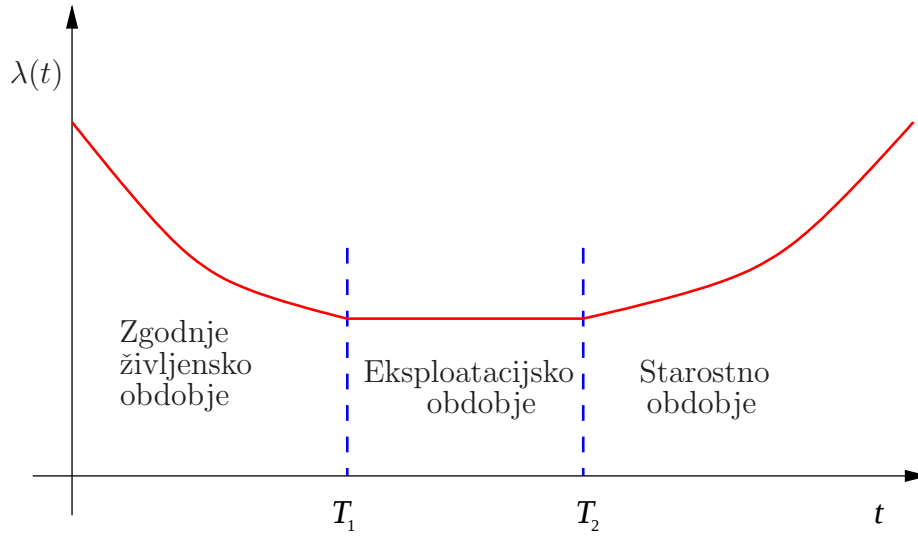
2.3.1 Konstantna intenzivnost odpovedovanja

Če je intenzivnost odpovedovanja posamezne naprave skozi čas konstantna, potem po [2] veljajo izrazi

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \lambda, \quad (2.3)$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad (2.4)$$

$$R(t) = e^{-\lambda t} = 1 - F(t), \quad (2.5)$$



Slika 2.1 Tri življenska obdobja posamezne entitete sistema.

pri čemer $f(t)$ predstavlja funkcijo gostote verjetnosti odpovedovanja, $R(t)$ funkcijo zanesljivosti in $F(t)$ funkcijo nezanesljivosti delovanja. Ko ima sistem konstantno intenzivnost odpovedovanja, je vse več elementov opazovanega sistema v stanju odpovedi. Na sliki 2.2 so prikazani grafični poteki izrazov (2.3) do (2.5).

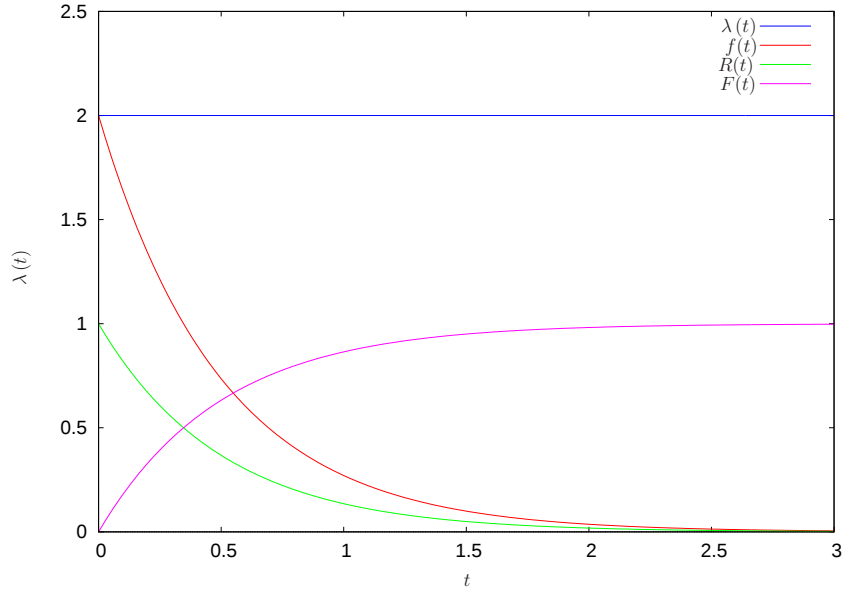
2.3.2 Linearna intenzivnost odpovedovanja

Pri linearno rastoči intenzivnosti odpovedovanja $\lambda(t) = Kt$ je prisoten vpliv obrabe in staranja materialov. S časom se tako število odpovedi linearno povečuje. V tem primeru veljajo po [2] izrazi

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = Kt, \quad (2.6)$$

$$f(t) = Kte^{-\frac{Kt^2}{2}}, \quad (2.7)$$

$$R(t) = e^{-\frac{Kt^2}{2}}. \quad (2.8)$$



Slika 2.2 Konstantna intenzivnost odpovedovanja.

Grafični poteki izrazov (2.6) do (2.8) so predstavljeni na sliki 2.3. Povprečen čas do odpovedi linearne intenzivnosti odpovedovanja je

$$MTTF = \sqrt{\frac{\pi}{2K}}, \quad (2.9)$$

standardni odklon pa po [1]

$$\sigma = \frac{2}{K} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right). \quad (2.10)$$

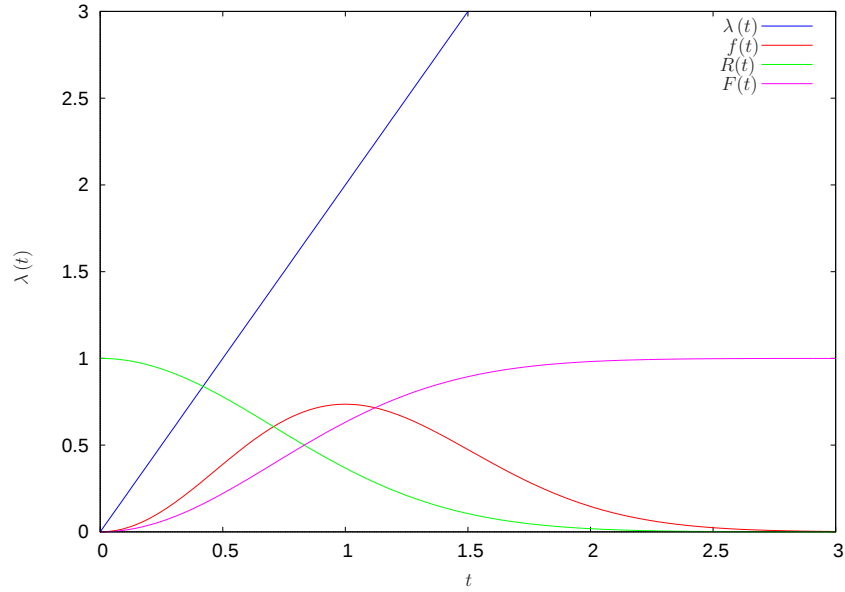
2.3.3 Weibullova intenzivnost odpovedovanja

Weibullovo intezivnost odpovedovanja določa dvojica $(K, m) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$.

Gre za parametra, ki določata obliko funkcije $\lambda(t)$, za katero ni nujno, da je linearna. Izrazi za funkcije $\lambda(t)$, $f(t)$ in $R(t)$ so po [2]

$$\lambda(t) = Kt^m, \quad (2.11)$$

$$f(t) = Kt^m e^{-\frac{Kt^{m+1}}{m+1}}, \quad (2.12)$$



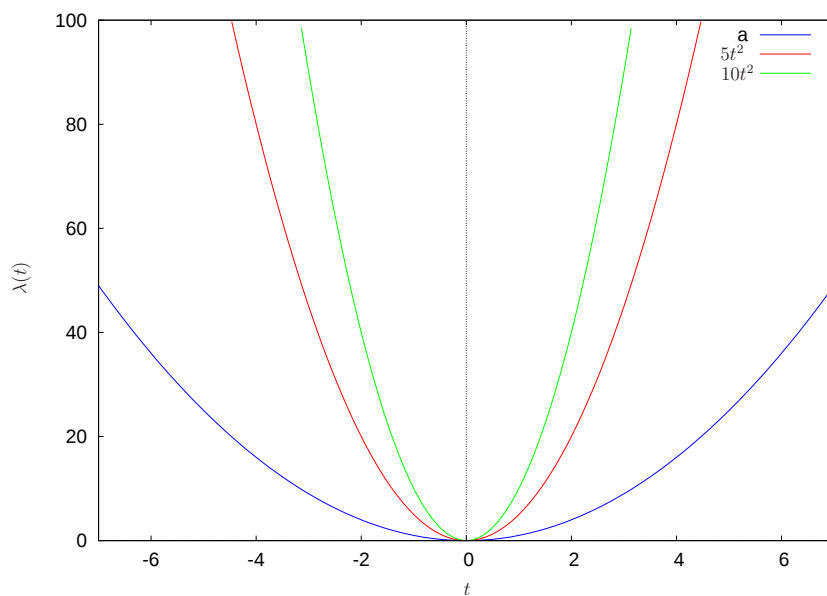
Slika 2.3 Linearna intenzivnost odpovedovanja.

$$R(t) = e^{-\frac{Kt^{m+1}}{m+1}}, \quad (2.13)$$

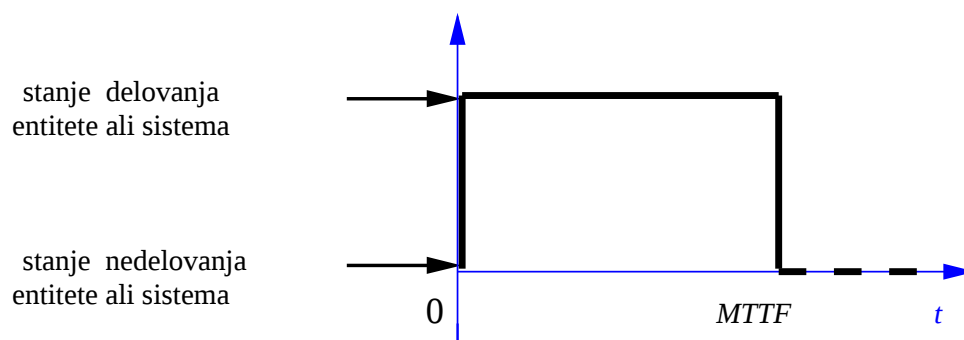
S spreminjanjem vrednosti dvojice (K, m) lahko dobimo različne oblike funkcije $\lambda(t)$. Če je parameter m že vnaprej določen in obenem K rahlo povečujemo, se oblikuje navpična amplituda funkcije $\lambda(t)$. Iz slike 2.4 lahko naredimo sklep, da parameter K določa obliko podane funkcije. Vpliva tudi na normalizacijo časa. Ta vpliv je ponazorjen z izrazom

$$\tau = \frac{K}{m+1} t^{m+1}. \quad (2.14)$$

Parameter τ z vplivom na velikost in obliko amplitude funkcije za nevarnost (ang. *hazard function*) posredno določa skalarnost časa funkcije zanesljivosti $R(t)$. Zaradi tega ga imenujemo *skalarni parameter*. Parameter m vpliva na obliko celotne funkcije. Če je $m = 0$, potem je funkcija $\lambda(t)$ konstantna, če je $m = 1$, je $\lambda(t)$ linearno naraščajoča, sicer pa je nelinearna.



Slika 2.4 Oblika $\lambda(t)$ funkcije za različne vrednosti parametra K .



Slika 2.5 Čas do odpovedi za nepopravljive sisteme.

2.4 Povprečen čas do odpovedi

Povprečen čas do odpovedi $MTTF$ (ang. *mean time to failure*) je pričakovani čas do prve in hkrati končne odpovedi sistema. To spremenljivko uporabljamo za opis sistema ali posameznih entitet, ki so nepopravljive. Osnovni izraz za izračun $MTTF$ je po [2]

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt. \quad (2.15)$$

Izraz (2.15) lahko uporabimo za izračun vrednosti $MTTF$ za konstatno, linearno in Weibullovo intezivnost odpovedovanja. Podan je z izrazi

$$MTTF_{konstantna} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}, \quad (2.16)$$

$$MTTF_{linearna} = \int_0^{\infty} e^{-\frac{Kt^2}{2}} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2K}}, \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} MTTF_{Weibull} &= \int_0^{\infty} e^{-\frac{Kt^{m+1}}{m+1}} dt = \\ &= \left(\frac{\lambda}{m+1} \right)^{\frac{-1}{m+1}} \Gamma \left(\frac{m+2}{m+1} \right), \end{aligned} \quad (2.18)$$

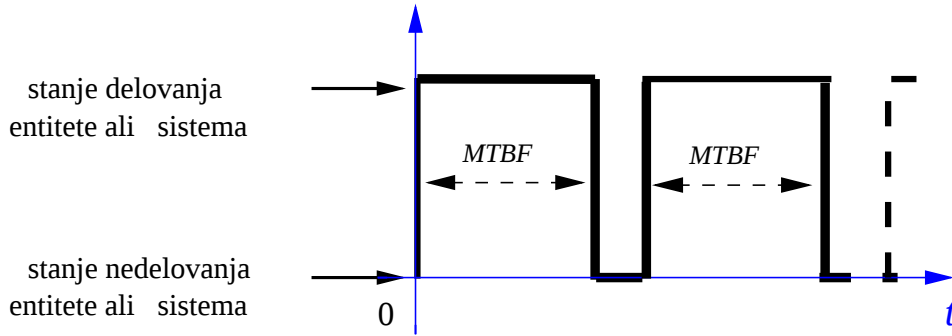
kjer je $\Gamma(n)$ gamma funkcija. Slednja ima dve obliki:

- če je $n = \arg(\Gamma) \in \mathbb{N}$, potem je $\Gamma(n) = (n-1)!$,
- če je $z = \arg(\Gamma) \in \mathbb{C}$, potem je $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt$.

Izraza (2.17) in (2.18) sta izračunana s pomočjo aplikacije, ki se nahaja na spletni strani [3]. Grafična interpretacija pojma $MTTF$ je prikazana na sliki 2.5.

2.5 Povprečen čas med odpovedmi

Povprečen čas med odpovedmi $MTBF$ (ang. *mean time between failure*) je pričakovani čas delovanja sistema ali posamezne entitete, ki traja od



Slika 2.6 Čas med odpovedmi za popravljive sisteme.

zagona do odpovedi. Ta parameter opisuje sistem ali entitete, ki imajo možnost odprave odpovedi (vzročne napake), kar omogoča ponovni zagon po času, ki je potreben za odpravo napake. Čas med odpovedmi (stanje delovanja sistema) je časovni interval, ki se nahaja med časom vzpona in časom padca funkcije delovanja, kot je prikazano na sliki 2.6. Povprečen čas med odpovedmi je po [2] določen kot funkcijski integral, ki ima za argument zmnožek časa t in gostote verjetnosti $f(t)$

$$T_{MTBF} = \int_0^{\infty} t f(t) dt, \quad (2.19)$$

ob pogoju, da velja izraz

$$P_{\lambda(t)} = \int_0^{\infty} f(t) dt = 1. \quad (2.20)$$

Izraza (2.19) in (2.20) lahko uporabimo za izračun vrednosti $MTBF$ za konstatno, linearno in Weibullovo intezivnost odpovedovanja. Podan je z

izrazi

$$MTBF_{konstant.} = \int_0^{\infty} te^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda^2}, \quad (2.21)$$

$$P_{konstant.} = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} dt = 1, \quad (2.22)$$

$$MTBF_{linearna} = \int_0^{\infty} Kt^2 e^{-\frac{Kt^2}{2}} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2K}}, \quad (2.23)$$

$$P_{linearna} = \int_0^{\infty} Kt e^{-\frac{Kt^2}{2}} dt = 1, \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} MTBF_{Weibull} &= \int_0^{\infty} Kt^{m+1} e^{-\frac{Kt^{m+1}}{m+1}} dt \\ &= \left(\frac{K}{m+1} \right)^{\frac{-1}{m+1}} \Gamma \left(\frac{m+2}{m+1} \right), \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$P_{Weibull} = \int_0^{\infty} Kt^m e^{-\frac{Kt^{m+1}}{m+1}} dt = 1. \quad (2.26)$$

Izrazi od (2.21) do (2.26) so izračunani s pomočjo aplikacije, ki se nahaja na spletni strani [3]. Definicija funkcije Γ je podana v razdelku 2.4.

2.6 Povprečen čas za odpravo napake

Povprečen čas za odpravo napake $MTTR$ (ang. *mean time to repair*) je čas, ki je potreben, da se določen sistem ali njegove entitete, v katerih je prišlo do odpovedi, vrnejo po popravilu ali menjavi nedelujoče entite v stanje delovanja. Ta spremenljivka je mera časa za začasno nedosegljivost sistema ali posamezne entitete. Za odpravo napake moramo vzpostaviti sistem identifikacije mesta in narave napake. Zatem lahko dokončno odpravimo napako in sistem vrnemo nazaj v stanje delovanja. Če imamo na razpolago rezervne dele, lahko vpeljemo v sistem *redundanco*, kar pomeni, da bo tekoče delo entitete, ki preide v stanje odpovedi, prevzela ena od rezervnih entitet sistema. Medtem, ko se popravlja nedelujoči del sistema, množica ostalih delov nemoteno deluje naprej. Izraz za T_{MTTR} se po [2] v splošnem zapiše

kot

$$T_{MTTR} = \frac{1}{\mu}, \quad (2.27)$$

pri čemer μ predstavlja *intenzivnost servisiranja*. Merimo jo z enoto št. servisiranj na enoto časa.

2.7 Osnove glasovalnih tehnik

V rizičnih aplikacijskih okoljih, kjer odpoved sistema lahko ogroža zdravje ali življenje ljudi, se v strojnih rešitvah poslužujemo tehnik redundance. Ena od bolj uveljavljenih tovrstnih metod so glasovalne tehnike. Osnovni primer slednjih predstavljajo *trovhodna logična majoritetna vrata*. Obstajata dva vidika obravnave *majoritetnih vrat*:

- *večinski vidik*: na izhod se prenese večinski odziv glasovalnih naprav,
- *logični vidik*: na izhod se prenese večinska logična vrednost *procesnih odzivov* glasovalnih naprav.

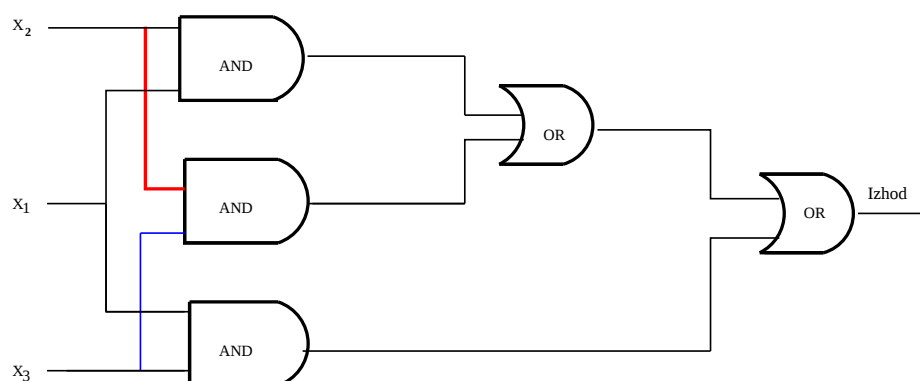
V tabeli 2.1 je prikazan odziv trovhodnih logičnih majoritetnih vrat. Iz tabele lahko ugotovimo, da se vhodna spremenljivka x_1 obnaša kot preklonnik. Ko je $x_1 = 0$, sta spremenljivki x_2 in x_3 vhoda v AND operator, v nasprotnem primeru pa vhoda v OR operator. Logično vezje za omenjeni primer je prikazano na sliki 2.7.

2.8 Tri-modularna redundanca

Tri-modularna redundanca *TMR* (ang. *triple modular redundancy*) je osnovna oblika modularne redundance. Predstavlja sistem treh *glasovalnih naprav* A, B in C, ki so neposredno povezane na *glasovalnik* (glej sliko

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

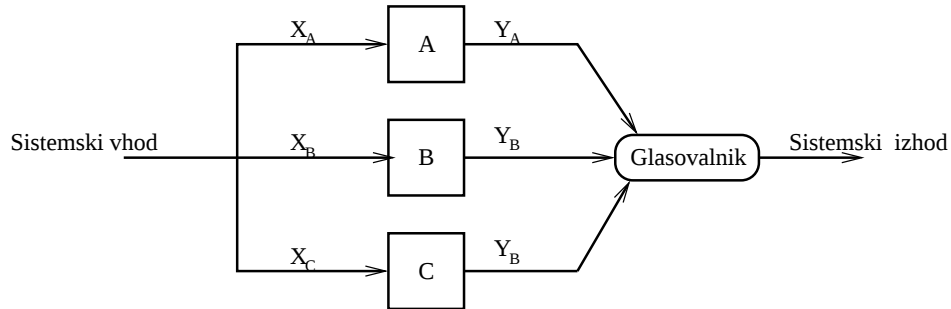
Tabela 2.1 Pravilnostna tabela trovhodnih logičnih majoritetnih vrat.



Slika 2.7 Shema vezave logičnih trovhodnih majoritetnih vrat.

2.8). Glasovalne naprave imajo enake vhode, medtem ko izhod glasovalnika predstavlja izhod iz celotnega sistema. Vse glasovalne naprave imajo vgrajeno *decizijsko logiko*. Delovanje glasovalnih naprav je praviloma med seboj neodvisno. Glasovalnik primerja sprejete procesne odzive iz izhodov Y_A , Y_B in Y_C posameznih glasovalnih naprav in na izhod posreduje večinsko mnenje. Med delovanjem se *TMR* sistem lahko nahaja v enem od štirih možnih stanj:

1. **Vse glasovalne naprave delujejo pravilno:** Iz tega sledi, da bodo vse naprave glasovale enako, večinski glas (pravilen odziv) pa bo posredovan na sistemski izhod.
2. **Dve od treh glasovalnih naprav delujejo pravilno, ena nepravilno:** Iz tega sledi, da bosta dve napravi glasovali enako, ena naprava pa drugače. Glasovalnik bo v tem primeru na izhod posredoval pravilen večinski odziv.
3. **Dve od treh glasovalnih naprav delujeta nepravilno, ena naprava pravilno:**
 - (a) napravi sta odpovedali na različna načina: v tem primeru dobimo v večini primerov 3 različne odzive; glasovalnik v tem primeru praviloma ne zna postaviti večinskega odziva;
 - (b) napravi sta odpovedali na enak način: v tem primeru dobimo dva napačna, a enaka odziva; glasovalnik bo v tem primeru na izhod posredoval večinski nepravilen odziv;
4. **Vse tri glasovalne naprave delujejo nepravilno:**
 - (a) naprave so odpovedale na različne načine: v tem primeru dobimo praviloma 3 različne odzive; glasovalnik v tem primeru



Slika 2.8 Tri-modularni sistem.

praviloma ne zna postaviti večinskega odziva;

- (b) naprave so odpovedale na enak način: v tem primeru dobimo tri enake napačne odzive; glasovalnik bo v tem primeru na izhod posredoval napačen večinski odziv;

Pri zgoraj naštetih primerih smo izhajali iz predpostavke, da je glasovalnik idealen (nikdar ne odpove). Predpostavimo, da so zanesljivosti glasovalnih naprav v *TMR* sistemu enake. To pomeni, da se v primeru z vsaj dvema pravilno delujočima glasovalnima napravama, zanesljivost delovanja izraža po izrazu

$$R_{sys}(t) = P(AB + AC + BC, t). \quad (2.28)$$

Zanesljivost vsake posamezne glasovalne naprave v sistemu se s **časom** slabša (npr. zaradi obrabe), kar vpliva na zanesljivost celotnega sistema. Zaradi tega je zanesljivost sistema časovno odvisna. Glede na povedano in predpostavko, da so glasovalne naprave enako zanesljive, se $R_{sys}(t)$ po [2] izrazi kot

$$\begin{aligned} R_{sys}(t) &= \binom{3}{3} p^3(t) (1 - p^0(t)) + \binom{3}{2} p^2(t) (1 - p^1(t)), \\ &= p^3(t) + 3p^2(t) - 3p^3(t), \\ &= 3p^2(t) - 2p^3(t) = p^2(t) (3 - 2p(t)), \end{aligned} \quad (2.29)$$

pri čemer velja $p(t) = R_1(t) = R_2(t) = R_3(t)$. Izraz za $MTTF$, pri čemer uporabimo enačbo iz izraza (2.15) in ko velja $p(t) = e^{-\lambda t}$, izračunamo na naslednji način

$$MTTF_{TMR} = \int_0^\infty (3e^{-2\lambda t} - 2e^{-3\lambda t}) dt = \frac{3}{2\lambda} - \frac{2}{3\lambda} = \frac{5}{6\lambda}. \quad (2.30)$$

2.9 N -modularna redundanca

Tradicionalno se N -modularna redundanca ali NMR (ang. *N-modular redundancy*) uporablja za povečevanje zanesljivosti celotnega sistema, pri čemer zanesljivosti posameznih entitet ne povečujemo. Pri NMR gre za sistem, v katerem se nahaja N naprav, pri čemer je N liho število. Ker je število N liho, je izraz za zanesljivost po [2]

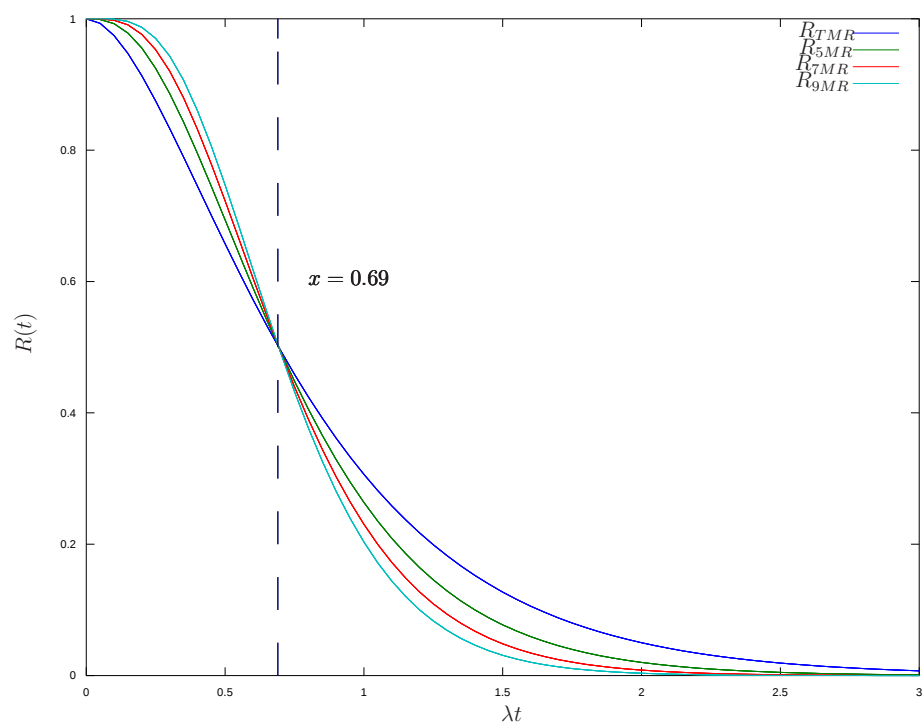
$$R_{sys}(t) = \sum_{i=n+1}^{2n+1} \binom{2n+1}{i} p^i(t) (1-p(t))^{2n+1-i}. \quad (2.31)$$

Ob analizi sistemov za različne N -je ugotovimo, da so tovrstni NMR sistemi zanesljivejši od sistema z eno delujočo entiteto v področju *visoke zanesljivosti*, ko je $\lambda t < 0.69 \Rightarrow R(t) > e^{-\lambda t} = e^{-0.69} \approx 0.5$. To je prikazano na sliki 2.9.

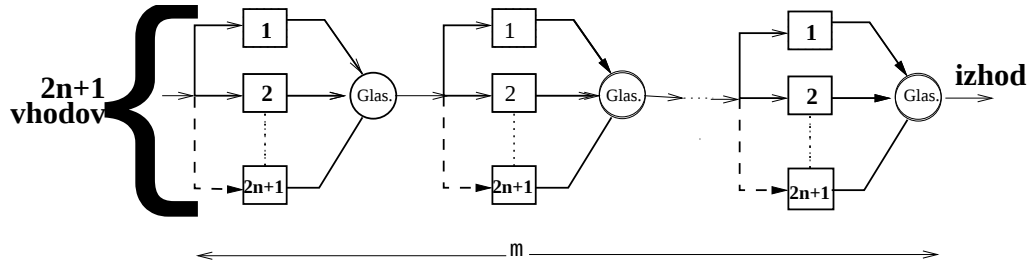
2.10 Sekvenčne vezave konfiguracij NMR glasovalnih sistemov

Če predpostavimo, da je naš sistem zgrajen iz m zaporedno povezanih zanesljivostno enakih NMR podsistemov s konstantno intenzivnostjo odpovedovanja λ , se izraz (2.31) nadgradi v izraz

$$R_{sys}(t) = \left[\sum_{i=n+1}^{2n+1} \binom{2n+1}{i} p^i(t) (1-p(t))^{2n+1-i} \right]^m. \quad (2.32)$$



Slika 2.9 Primerjava delovanja NMR sistema pri različnih vrednostih N .



Slika 2.10 Sistem sestavljen iz m zaporedno vezanih glasovalnih podsistemov.

Na sliki 2.10 je prikazan opazovani sistem. Če je intenzivnost odpovedovanja celotnega sistema enaka λ_{sys} , potem so intenzivnosti odpovedovanja za vsaki posamezni podsistem λ_{ps} in vsako posamezno entiteto λ_e podani z izrazi

$$\lambda_{ps} = \frac{\lambda_{sys}}{m}, \quad (2.33)$$

$$\lambda_e = \frac{\lambda_{ps}}{2n+1} = \frac{\lambda_{sys}}{m(2n+1)}. \quad (2.34)$$

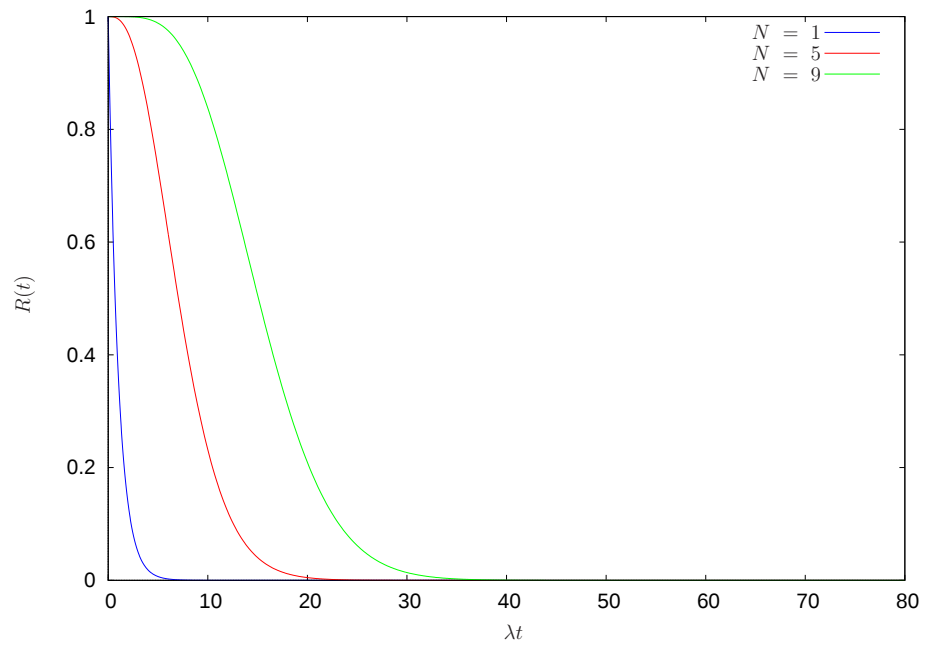
Iz izrazov (2.33) in (2.34) sledi, da se funkcija verjetnosti $p(t)$, ki predstavlja zanesljivost posamezne glasovalne naprave, izraža kot

$$p(t) = e^{-\lambda_e t} = e^{-\frac{\lambda_{sys} t}{m(2n+1)}}. \quad (2.35)$$

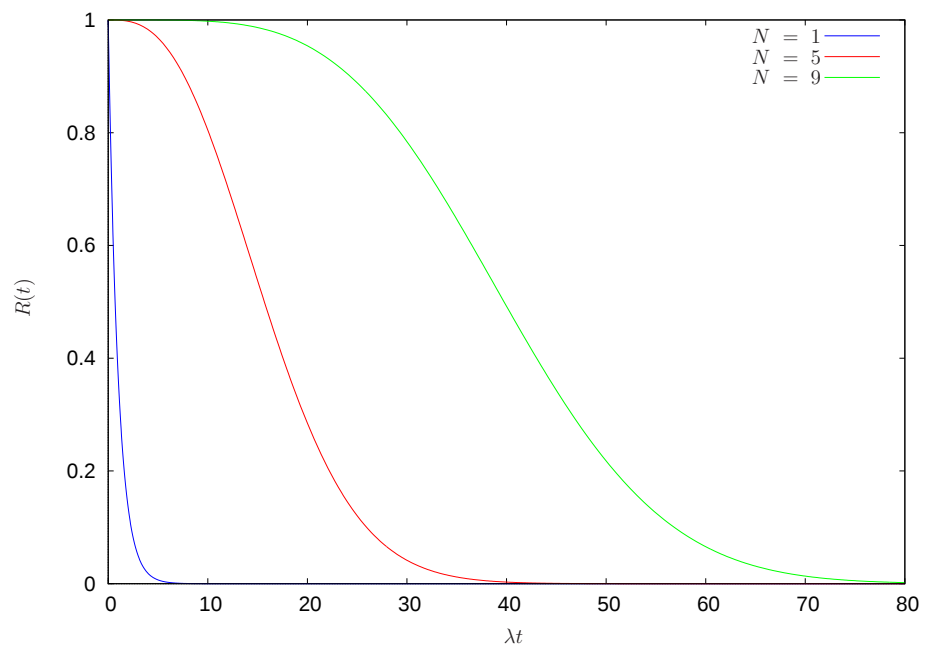
Iz izrazov (2.32) in (2.35) lahko naredimo nov izraz za $R_{sys}(t)$

$$R_{sys}(t) = \left[\sum_{i=n+1}^{2n+1} \binom{2n+1}{i} e^{-\frac{\lambda_{sys} t i}{m(2n+1)}} \left(1 - e^{-\frac{\lambda_{sys} t}{m(2n+1)}} \right)^{2n+1-i} \right]^m. \quad (2.36)$$

Na slikah 2.11 in 2.12 so prikazani grafični poteki, ki določajo karakteristične funkcije zanesljivosti različnih sistemov. Iz pričujočih slik je razvidno, da se s povečevanjem števila glasovalnih naprav v sistemu, ki je sestavljen iz več m manjših zaporedno vezanih NMR podsistemov, zanesljivost sistema večja.



Slika 2.11 Sistem $m = 4$, $N = 1, 5, 9$.



Slika 2.12 Sistem $m = 16$, $N = 1, 5, 9$.

2.11 Nepopolnost glasovalnika v *TMR* konfiguraciji

Do sedaj smo obravnavali *TMR* sisteme, pri katerih smo predpostavljali, da je glasovalnik idealen. Vemo, da pri realnih sistemih to praviloma ne drži. Zaradi tega bomo v tem poglavju obravnavali *TMR* sistem, ki je osnovni sestavni del različnih arhitekturnih povezav na ta način, da bomo poskušali povečati zanesljivost celotnega sistema pri čemer velja, da glasovalnik v sistemu ni idealen ($0 \leq p_g(t) < 1, \forall t : t > 0$). Če hočemo imeti dober N -modularni redundantni sistem, morajo biti vse glasovalne naprave in glasovalnik čim zanesljivejše. Če se vrnemo nazaj na razdelek 2.8 in pogledamo obliko izraza (2.29), lahko določimo dve vrsti zanesljivosti delovanja posameznih naprav znotraj sistema. To sta zanesljivost glasovalnika $p_g(t)$ in zanesljivost glasovalne naprave $p_n(t)$. Če predpostavimo, da imajo glasovalne naprave različno zgradbo, različno programsko konfiguracijo in enako specifikacijo za decizijsko logiko, bodo zelo verjetno njihove zanesljivosti delovanja v opazovanem časovnem okvirju enake. Na osnovi povedanega izraz (2.29) lahko preoblikujemo v

$$R_{sys}(t) = p_g(t) (3p_n^2(t) - 2p_n^3(t)) = p_g(t) p_n^2(t) (3 - 2p_n(t)). \quad (2.37)$$

Da dobimo efektivno zanesljivejši sistem, mora veljati, da je zanesljivost sistema $R_{sys}(t)$ večja od zanesljivosti posamezne glasovalne naprave, kar po [2] izrazimo z relacijama

$$R_{sys}(t) > p_n(t) \Rightarrow \frac{R_{sys}(t)}{p_n(t)} > 1, \quad (2.38)$$

$$p_g(t) p_n(t) (3 - 2p_n(t)) > 1. \quad (2.39)$$

Glede na izraz (2.39) nas zanima, kako zanesljiv mora biti glasovalnik ($p_g(t)$), da obvelja relacija " $>$ ". Če hočemo izračunati $\min(p_g(t))$, lahko to naredimo tako, da izenačimo levo stran izraza (2.39) z ena in iz tega izrazimo

$p_g(t)$. Da to izračunamo, moramo vedeti kje se $p_n(t)$ nahaja v ekstremu, kar pomeni, da je po [2] potrebno odvajati funkcijo $f(p_n(t))$

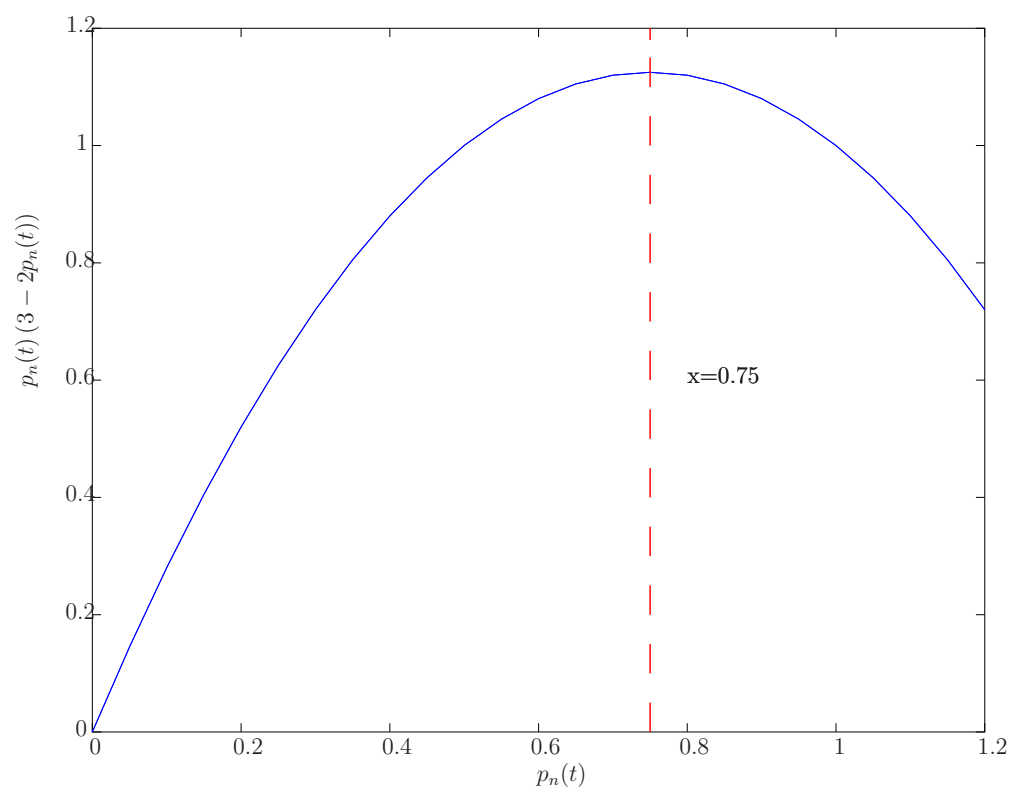
$$\begin{aligned} f(p_n(t)) &= p_n(t)(3 - 2p_n(t)) \\ &= 3p_n(t) - 2p_n^2(t). \end{aligned} \tag{2.40}$$

Če odvajamo funkcijo iz izraza (2.40) in odvod izenačimo z nič (2.40), dobimo

$$f'(p_n(t)) = 3 - 4p_n(t) = 0, \tag{2.41}$$

$$p_n = 0.75. \tag{2.42}$$

Če vrednost iz izraza 2.42 uvrstimo nazaj v izraz (2.39) in uporabimo enačaj namesto neenačaja, dobimo $p_g(t) = 8/9$. Odnos med funkcijo $f(p_n(t))$ in spremenljivko $p_n(t)$ je prikazan na sliki 2.13.



Slika 2.13 Odnos med funkcijo $f(p_n(t))$ in spremenljivko $p_n(t)$.

3

Redundančne razširjave

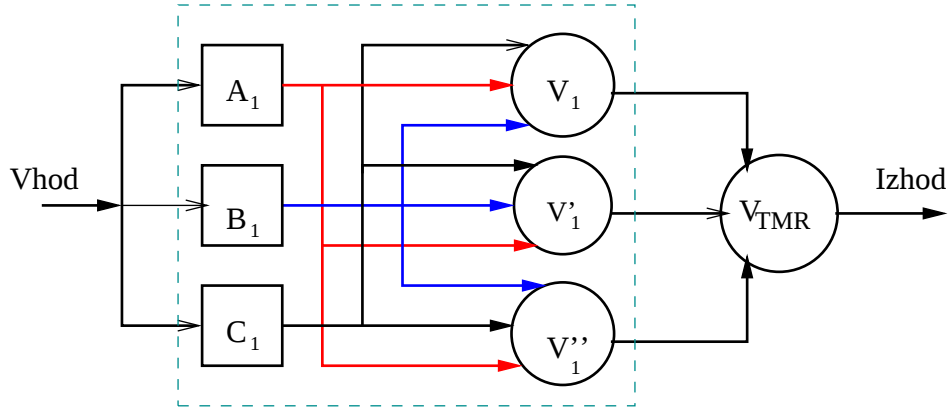
TMR sistema na nivoju glasovanja

Ko v *TMR* sistemu velja, da glasovalnik ni idealen, se lahko zgodi, da celoten sistem zaradi glasovalnika formira napačen večinski glas (izhodni odziv). Ker ne moremo predvideti, kdaj bo glasovalnik odpovedal in si hkrati želimo, da bi *TMR* sistem pravilno deloval, lahko po [2] vpeljemo *redundančno razširjavo na nivoju glasovanja*. Povedano z drugimi besedami, vpeljemo na nivo glasovanja več zanesljivostno ekvivalentnih glasovalnikov.

3.1 Primerjava *TMR* sistema z osnovno redundančno razširjavo na nivoju glasovanja

Osnovna redundančna razširjava je prikazana na sliki 3.1. Iz nje lahko izračunamo zanesljivost osnovne redundančne razširjave z izrazom

$$R_{osr}(t) = (3p_n^2(t) - 2p_n^3(t))(3p_g^2(t) - 2p_g^3(t))p_g(t), \quad (3.1)$$



Slika 3.1 Osnovna redundančna razširjava *TMR* sistema.

ob pogoju da velja

$$p_{V_1}(t) = p_{V'_1}(t) = p_{V''_1}(t) = p_{V_{TMR}}(t) = p_g(t). \quad (3.2)$$

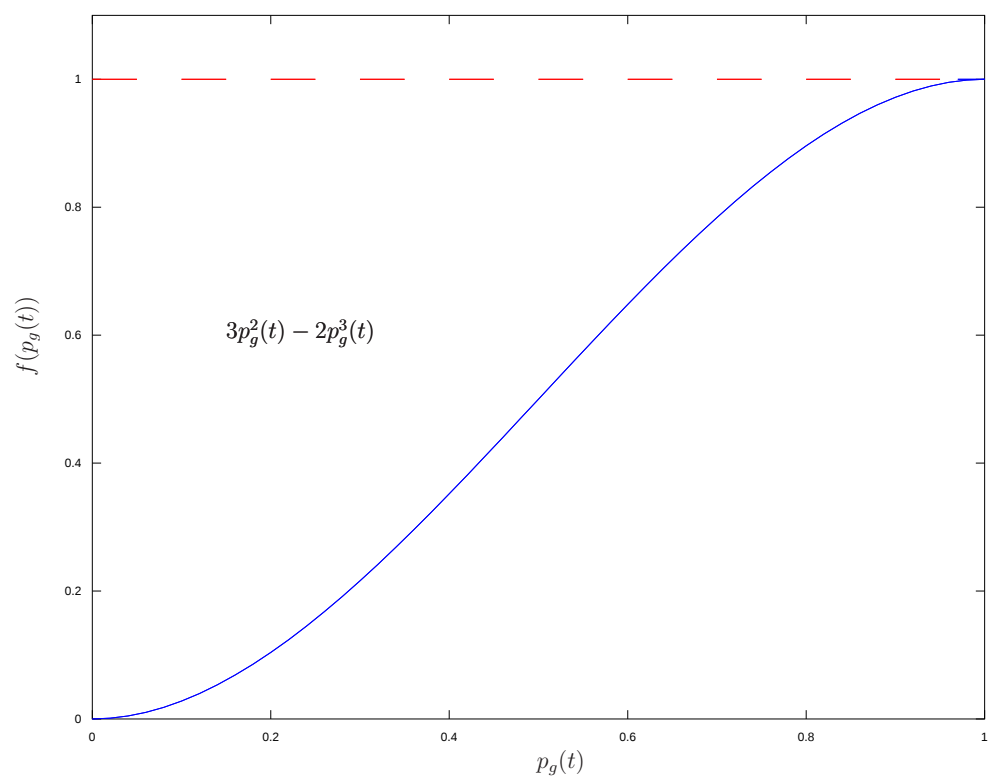
Če hočemo ugotoviti, ali bo redundanca na izhodu prinesla doprinos, moramo primerjati izraza (2.37) in (3.1). Predpostavimo, da velja izraz

$$R_{TMR}(t) < R_{osr}(t). \quad (3.3)$$

Če razvijemo levo in desno stran izraza (3.3) dobimo izraz

$$\begin{aligned} (3p_n^2(t) - 2p_n^3(t))p_g(t) &< (3p_n^2(t) - 2p_n^3(t))(3p_g^2(t) - 2p_g^3(t))p_g(t) \\ 1 &< 3p_g^2(t) - 2p_g^3(t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Ali predpostavka iz izraza (3.3) drži? Slika 3.2 podaja dokaz, da predpostavka iz izraza (3.3) ne drži. Iz prikazanega sledi, da je *TMR* zanesljivejši od osnovne redundančne razširjave, če so zanesljivosti istovrstnih posameznih entitet (glasovalnikov in glas. naprav) enake v obeh sistemih. *TMR* sistem je tako cenejši in bolj zanesljiv sistem, kot osnovna redundančna razširjava. Torej osnovna redundančna razširjava ni uporabna. Razlog za to je v glasovalniku V_{TMR} , ki je postavljen na izhodu sistema, ker zaradi svoje neidealnosti lahko popači informacijo, ki jo dobi od glasovalnikov V_1 , V'_1 in V''_1 .



Slika 3.2 Grafični potek funkcije iz izraza (3.4).

3.2 Vpeljava reducirane osnovne redundančne razširjave

Zanima nas, ali vseeno lahko uporabimo del arhitekture s slike 3.1, brez glasovalnika V_{TMR} na izhodu sistema. Če to naredimo, zanesljivost delovanja glasovalnika na izhodu sistema postavimo na ena (V_{TMR} postane idealen). Tako lahko vpeljemo nova izraza za zanesljivost glasovalnih naprav $R_{TMR_n}(t)$ in glasovalnikov $R_{TMR_g}(t)$

$$R_{TMR_n}(t) = 3p_n^2(t) - 2p_n^3(t), \quad (3.5)$$

$$R_{TMR_g}(t) = 3p_g^2(t) - 2p_g^3(t). \quad (3.6)$$

Če upoštevamo pogoj (3.2) in dejstvo da je glasovalnik V_{TMR} idealen, pridemo do *reducirane osnovne redundančne razširjave*. S tem bosta izraza (3.1) in (2.37) spremenjena v izraza

$$\begin{aligned} R_{osr/V_{TMR}}(t) &= (3p_n^2(t) - 2p_n^3(t)) \cdot (3p_g^2(t) - 2p_g^3(t)), \\ &= R_{TMR_n}(t) \cdot R_{TMR_g}(t), \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$R_{TMR}(t) = R_{TMR_n}(t) \cdot p_g(t). \quad (3.8)$$

Sedaj lahko primerjamo izraz (2.37) z izrazom (3.7) na isti način, kot smo ga primerjali z izrazom (3.1). Uvedemo predpostavko

$$R_{osr/V_{TMR}}(t) > R_{TMR}(t). \quad (3.9)$$

Če razvijemo obe strani izraza (3.9) dobimo naslednjo izpeljavo:

$$\begin{aligned}
R_{TMR_n}(t) \cdot R_{TMR_g}(t) &> R_{TMR_n}(t) \cdot p_g(t), \quad \setminus : R_{TMR_n}(t) \\
R_{TMR_g}(t) &> p_g(t), \\
3p_g^2(t) - 2p_g^3(t) &> p_g(t), \quad \setminus : p_g(t) \\
3p_g(t) - 2p_g^2(t) &> 1, \\
-2p_g^2(t) + 3p_g(t) - 1 &> 0, \\
-2p_g^2(t) + 2p_g(t) + p_g(t) - 1 &> 0, \\
-2p_g(t)(p_g(t) - 1) + (p_g(t) - 1) &> 0, \\
(1 - 2p_g(t))(p_g(t) - 1) &> 0.
\end{aligned} \tag{3.10}$$

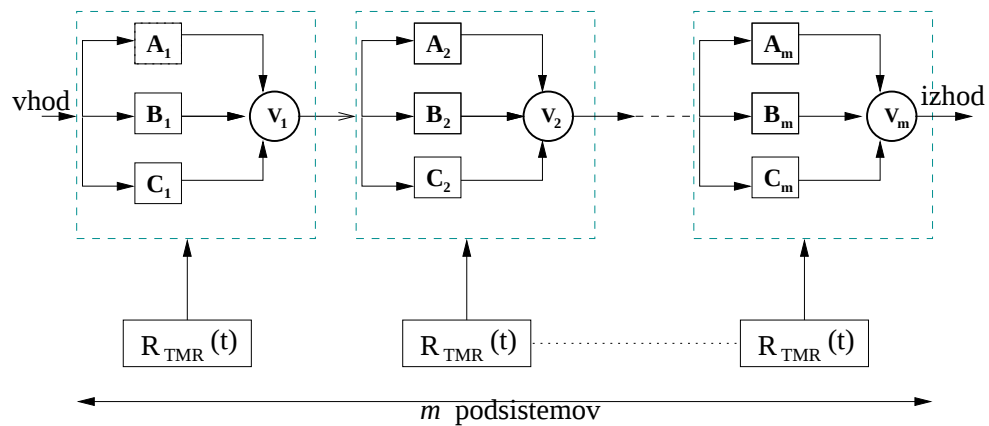
Ker vemo, da drži $p_g(t) < 1 \Rightarrow p_g(t) - 1 < 0$, lahko izraz (3.10) poenostavimo

$$\begin{aligned}
(1 - 2p_g(t))(p_g(t) - 1) &> 0, \quad \setminus : (p_g(t) - 1) \\
1 - 2p_g(t) &< 0, \\
1 &< 2p_g(t), \quad \setminus : 2 \\
p_g(t) &> 0.5.
\end{aligned} \tag{3.11}$$

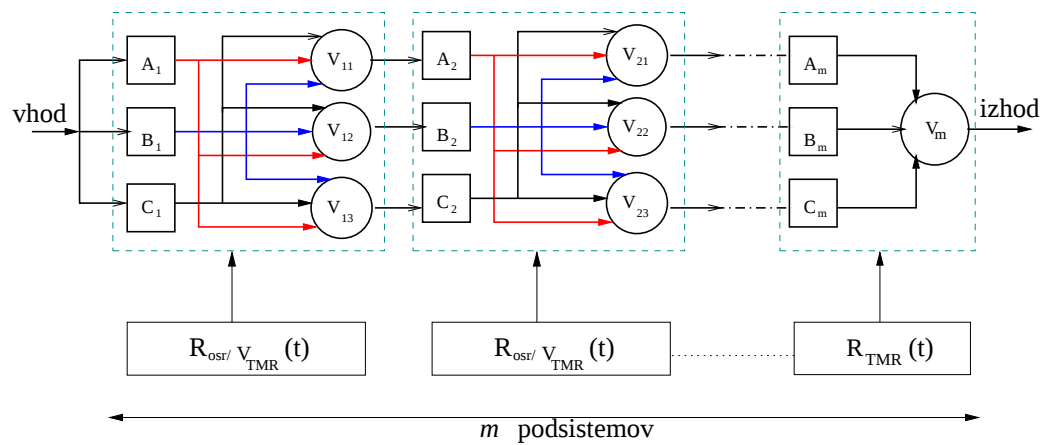
Ob pogojih, da je $p_g(t) > 0.5$ in V_{TMR} idealen, je reducirana osnovna redundančna razširjava boljša kot TMR sistem in jo lahko uporabimo kot podsistem v sekvenčni vezavi.

3.3 Primerjava sekvenčnih vezav TMR sistema in reducirane osnovne redundančne razširjave

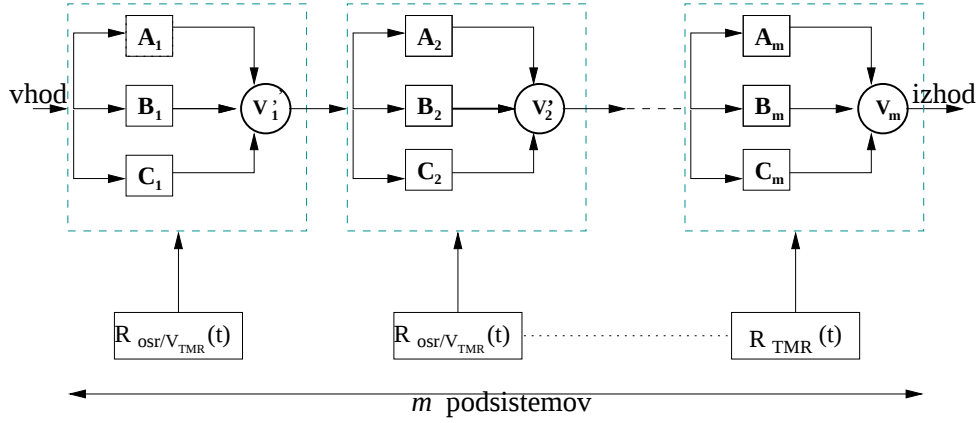
Če hočemo primerjati sekvenčne vezave sistemov, ki se nahajata na slikah 3.3 in 3.4, je potrebno ugotoviti, ali sistema imata ekvivalentni arhitekturi. Če pogledamo sliko 3.4 ugotovimo, da tri glasovalnike $\{V_{i1}, V_{i2}, V_{i3}\}$,



Slika 3.3 Sekvenčna vezava TMR sistemov.



Slika 3.4 Sekvenčna vezava reducirane osnovne redundančne razširjave .



Slika 3.5 Preslikava sekvenčne vezave reducirane osnovne redundančne razširjave iz slike 3.4.

ki imajo zanesljivosti delovanja $p_g(t)$, v vsakem i -tem podsistemu pričujoče arhitekture lahko nadomestimo z enim glasovalnikom V'_i (glej sliko 3.5), ki ima zanesljivost delovanja $R_i(t) = 3p_g^2(t) - 2p_g^3(t)$. Na ta način dobimo arhitekturo na sliki 3.5, ki je ekvivalentna arhitekturi na sliki 3.3. Število nadomestnih glasovalnikov V'_i ($i = 1 \dots m - 1$) v sistemu je $m - 1$. V arhitekturi se nahaja še glasovalnik V_m , ki predstavlja sistemski izhod in ima zanesljivost delovanja $p_g(t)$. Če prištejemo ta glasovalnik številu ostalih $m - 1$ (nadomestnih) glasovalnikov, je v sistemu m glasovalnikov. Število glasovalnikov v pričujoči arhitekturi je enako kot v sistemu, ki je prikazan na sliki 3.3. Če hočemo med seboj primerjati navedeni arhitekturi, moramo izračunati njuni zanesljivosti. Zanesljivost sekvenčne vezave reducirane osnovne redundančne razširjave iz slike 3.4, se ob upoštevanju izrazov (3.7) in (3.8) izraža kot

$$R_{sekv.osr}(t) = R_{osr/V_{TMR}}^{m-1}(t) \cdot R_{TMR}(t), \quad (3.12)$$

zanesljivost sekvenčne vezave TMR sistema, s slike 3.3 pa kot

$$R_{sekv.TMR}(t) = R_{TMR}^m(t). \quad (3.13)$$

Sedaj je potrebno primerjati vrednosti iz izrazov (3.12) in (3.13), da ugotovimo, kateri sistem je zanesljivejši ob veljavnosti pogoja iz izraza (3.11). Predpostavimo veljavnost izraza

$$R_{sekv.osr}(t) > R_{sekv.TMR}(t), \quad (3.14)$$

Če obe strani izraza (3.14) razvijemo, se ta izraz spremeni v izpeljavo

$$\begin{aligned} R_{osr/V_{TMR}}^{m-1}(t) \cdot R_{TMR}(t) &> R_{TMR}^m(t), \quad \setminus : R_{TMR}(t) \\ R_{osr/V_{TMR}}^{m-1}(t) &> R_{TMR}^{m-1}(t), \quad \setminus \sqrt[m-1]{} \\ R_{osr/V_{TMR}}(t) &> R_{TMR}(t). \end{aligned} \quad (3.15)$$

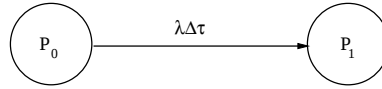
Ker smo predpostavili, da drži pogoj $p_g(t) > 0.5$, velja tudi $R_{osr/V_{TMR}}(t) > R_{TMR}(t)$ in posledično zaradi tega $R_{sekv.osr}(t) > R_{sekv.TMR}(t)$, kar pomeni da je v tem primeru sekvenčna vezava reducirane osnovne redundančne razširjave boljša, kot sekvenčna vezava TMR sistemov.

S tem smo dokazali, da je sekvenčna vezava reducirane osnovne redundančne razširjave zanesljivejša od sekvenčne vezave TMR sistema, ko se zanesljivost vsakega posameznega glasovalnika v obeh arhitekturah nahaja v področju visoke zanesljivosti (glej sliko 2.9). i

4 Markovska analiza

popravljivih *NMR* sistemov

Posplošeni N -modularni sistem (v nadaljevanju *posplošeni N -modularni sistem*) je predstavitev sistema, v kateri so stanja sistema opisana z *Markovskimi verigami* z namenom, da v oceni zanesljivosti delovanja pričujočega sistema upoštevamo vpliv intenzivnosti pojavljanja in odpravljanja napak ob predpostavki, da je glasovalnik idealen. Slednje pomeni, da so pokvarljive in opcijsko popravljive le glasovalne naprave. Opis stanja sistema z Markovskimi verigami je potreben, ker gre za opisovanje stohastičnega procesa, katerega določajo zvezen čas in diskreten prostor stanj. Takšni sistemi se zaradi svojih lastnosti opisujejo z Markovskimi verigami. Stanja N -modularnega sistema, ki so opisana z Markovskimi verigami, so predstavljena kot sekvenčno zaporedje z izrazi s_i , $i = 0 \dots N - n + 1$, $N = 2n + 1$. Verjetnost, da se sistem nahaja v i -tem stanju je $P_{s_i}(t)$. Verjetnosti se v



Slika 4.1 Predstavitev enostavnega sistema z Markovsko verigo [4].

tem primeru uporabljajo pri reševanju diferencialnih enačb višjega reda. Velikosti parametrov za λ in μ za posamezne elektronske komponente so zelo majhne. Za λ so med $[10^{-6}, 10^{-9}]$ odpovedi na uro, in za parameter μ okrog 10^{-4} servisiranje na sekundo.

4.1 Markovski sistem z zveznim časom in diskretnim prostorom stanj

Pri Markovskih sistemih, ki imajo zvezen čas in diskreten prostor stanj, se prehodi med stanji sistema dogajajo v zelo kratkih časovnih intervalih $\Delta t = [t, t + \Delta t]$. Za takšne sisteme je značilno, da se porajanje dogodkov odvija po *Poissonovi porazdelitvi* (npr. prihod telefonskih klicev v centralo, čakanje ljudi v vrstah, razpad radioaktivnih delcev, nastopanje nesreč, itd). Poissonovi procesi se pojavljajo tudi pri redundančnih sistemih. Če določimo $K_{t,t+\Delta t}$ kot število dogodkov, ki se pojavijo na časovnem intervalu $(t, t + \Delta t)$ v Poissonovem procesu, potem velja po [4] izraz

$$P(K_{t,t+\Delta t} = 0) = 1 - \lambda\Delta t + o(\Delta t), \quad (4.1)$$

Sedaj je potrebno razviti izraz (4.1), da bi lahko določili $o(\Delta t)$ funkcijo. To naredimo z matematično izpeljavo nad pričujočim izrazom.

$$\begin{aligned}
P(K_{t,t+\Delta t} = 1) &= \frac{(\lambda\Delta t)e^{-\lambda\Delta t}}{1!} \\
&= \lambda\Delta t \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda\Delta t)^n}{n!} \\
&= \lambda\Delta t \left(\frac{(-\lambda\Delta t)^0}{0!} - \frac{(\lambda\Delta t)^1}{1!} + \frac{(\lambda\Delta t)^2}{2!} - \dots \right) \\
&= \lambda\Delta t \left(1 - \frac{(\lambda\Delta t)^1}{1!} + \frac{(\lambda\Delta t)^2}{2!} - \dots \right) \\
&= \lambda\Delta t + o(\Delta t).
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Iz izraza (4.2) sledi ugotovitev, da velja naslednja relacija.

$$P(K_{t,t+\Delta t} > 1) = o(\Delta t). \tag{4.3}$$

Ob upoštevanju izraza (4.2), lahko izračunamo polinom napake $o(\Delta t)$. Ta je izražen kot neskončna geometrijska vrsta. To pomeni, da če je člen neskončne geometrijske vrste konvergenten, je tudi ta vrsta konvergentna. Konvergentna je takrat, ko velja $\frac{a_{i+1}}{a_i} < 1$, če je a_i , $\forall i : i \in \mathbb{N}$ člen te vrste. Torej, izraz za polinom napake je

$$o(\Delta t) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(\lambda\Delta t)^n}{(n-1)!}. \tag{4.4}$$

Stanja sistema, kot smo že omenili v uvodu 4. poglavja, so opisana z verjetnostmi $P_{s_i}(t)$. Zaradi tega lahko tvorimo vektor stanj sistema, ki je odvisen od

$$\mathbf{P}(t) \equiv [P_{s_0}(t), P_{s_1}(t), \dots, P_{s_{N-n+1}}(t)]. \tag{4.5}$$

Delovanje takšnih sistemov lahko opišemo s sistemom diferencialnih enačb. To bomo prikazali na naslednjem primeru. Imamo sistem, ki se lahko znajde

v enem od dveh stanj $\{S_0, S_1\}$, ki je podan na sliki 4.1. Iz slike lahko izpeljemo sistem diferencialnih enačb na naslednji način [4]

$$\begin{aligned}
P_0(t + \Delta\tau) &= P_0(t)P(K_{t,t+\Delta t} = 0), \\
P_0(t + \Delta\tau) &= P_0(t)[1 - \lambda\Delta\tau + o(\Delta\tau)], \\
P_0(t + \Delta\tau) &= P_0(t) - P_0(t)\lambda\Delta\tau + P_0(t)o(\Delta\tau), \\
\frac{P_0(t + \Delta\tau) - P_0(t)}{\Delta\tau} &= \frac{-P_0(t)\lambda\Delta\tau + P_0(t)o(\Delta\tau)}{\Delta\tau}, \setminus : (\Delta\tau) \\
\lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{P_0(t + \Delta\tau) - P_0(t)}{\Delta\tau} &= \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{-P_0(t)\lambda\Delta\tau + P_0(t)o(\Delta\tau)}{\Delta\tau}, \setminus \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \\
\frac{d}{dt}P_0(t) &= \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{-P_0(t)\lambda\Delta\tau}{\Delta\tau} + \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{P_0(t)o(\Delta\tau)}{\Delta\tau}, \\
\frac{d}{dt}P_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{P_0(t) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(\lambda\Delta\tau)^n}{(n-1)!}}{\Delta\tau}, \\
\frac{d}{dt}P_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{P_0(t)\Delta\tau \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-\lambda\Delta\tau)^{n-1}}{(n-1)!}}{\Delta\tau}, \\
\frac{d}{dt}P_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} P_0(t) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-\lambda\Delta\tau)^{n-1}}{(n-1)!}, \\
\frac{d}{dt}P_0(t) &= -\lambda P_0(t) + 0, \\
\frac{d}{dt}P_0(t) &= -\lambda P_0(t). \tag{4.6}
\end{aligned}$$

Na isti način bi lahko izpeljali diferencialno enačbo za stanje S_1 s tem, da bi veljalo

$$P_1(t + \Delta\tau) = P_1(t) + P_0(t)P(K_{t,t+\Delta t} = 1). \tag{4.7}$$

Ko bi končali z izpeljavo, bi ugotovili, da velja izraz

$$\frac{d}{dt}P_1(t) = \lambda P_0(t). \tag{4.8}$$

Začetni pogoj je $P(0) = [1, 0]$. S tem smo pokazali, da lahko vsak Markovski sistem, ki je določen z zveznim časom in diskretnim prostorom stanj, neposredno opišemo s sistemom diferencialnih enačb. Na podoben način bomo

opisali sisteme *TMR*, *5MR* in *7MR*, pri čemer bomo tudi upoštevali intenzivnost servisiranja napake μ . Pri reševanju sistemov diferencialnih enačb si bomo olajšali delo z uporabo *Laplaceove transformacije*. Rešitev za sistem diferencialnih enačb lahko izračunamo, če jih preslikamo najprej v frekvenčni prostor z Laplaceovo transformacijo in potem nazaj v časovni prostor z inverzno Laplaceovo transformacijo. Laplaceova transformacija za odvod višjega reda (odvod originala) je po [5] prikazana v izrazu

$$L[f^{(n)}(x)] = s^{(n)}F(s) - s^{(n-1)}f(0) - s^{(n-2)}f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0). \quad (4.9)$$

Osnovna lastnost *Laplaceove transformacije* je po [5]

$$L[af(x) + bg(x)] = aL[f(x)] + bL[g(x)]. \quad (4.10)$$

Izraz, ki opisuje obnašanje sistema, je podan po [4] z izrazom

$$\frac{d}{dt}\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t) \times \mathbf{A}, \quad (4.11)$$

kjer je $\mathbf{A}$ matrika prehajanja stanj (dimenzij $N \times N$) kar pomeni, da izraz (4.11) predstavlja sistem diferencialnih enačb. Da bi lahko dobili rešitve sistema diferencialnih enačb, je potrebno določiti začetni pogoj sistema

$$\mathbf{P}(0) = [P_{s_0}, P_{s_1}, \dots, P_{s_{N-n+1}}]. \quad (4.12)$$

Ker vsak sistem diferencialnih enačb lahko rešujemo s pomočjo *Laplaceove transformacije*, ima matrika prehajanja stanj v frekvenčnem prostoru $\mathbf{A}(s)$ naslednje lastnosti:

- nad diagonalni elementi ($j = i - 1$):

$$a_{i,i-1} = -\mu, \quad (4.13)$$

- diagonalni elementi ($i = j$):

$$a_{ii} = s + \sum_{i \neq j} |a_{ij}|. \quad (4.14)$$

- pod diagonalni elementi ($j = i + 1$):

$$a_{i,i+1} = (N - i + 1) * \lambda, \quad (4.15)$$

- vsi ostali elementi ($i - 1 > j > i + 1$):

$$a_{ij} = 0. \quad (4.16)$$

4.2 Popravljivi *TMR* sistem

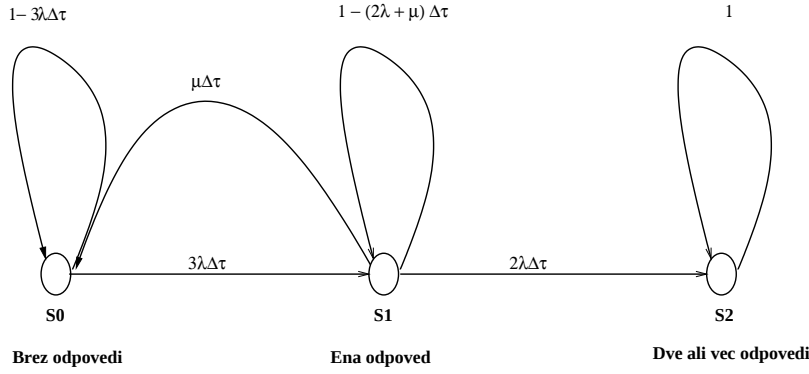
Glede na tri pokvarljive glasovalne naprave so stanja *TMR* sistema po [2] sledeča:

1. stanje brez odpovedi glasovalnih naprav (delujoč sistem): stanje s_0 .
2. stanje z eno odpovedjo glasovalnih naprav (delujoč sistem): stanje s_1 .
3. stanje z dvema ali več odpovedmi glasovalnih naprav (sistem v odpovedi): stanje s_2 .

Slika 4.2 prikazuje vsa stanja, v katerih se lahko nahaja *TMR* sistem. λ predstavlja intenzivnost odpovedovanja posamezne naprave, μ pa intenzivnost servisiranja posamezne naprave. Iz slike 4.2 lahko izpeljemo po [2] naslednje izraze

$$\frac{dP_{s_0}(t)}{dt} = -3\lambda P_{s_0}(t) + \mu P_{s_1}(t), \quad (4.17)$$

$$\frac{dP_{s_1}(t)}{dt} = 3\lambda P_{s_0}(t) - (2\lambda + \mu)P_{s_1}(t), \quad (4.18)$$



Slika 4.2 Predstavitev *TMR* sistema z Markovsko verigo [2].

$$\frac{dP_{s_2}(t)}{dt} = 2\lambda P_{s_1}(t), \quad (4.19)$$

ob začetnem pogoju

$$\mathbf{P}(0) = [1, 0, 0]. \quad (4.20)$$

Sistem enačb iz izrazov (4.17) in (4.18) uporabimo za izračun vrednosti za $R_{TMR}(s)$. To vrednost preslikamo naprej v frekvenčni prostor. Izraz (4.19) zaenkrat zanemarimo. Iskanje rešitev za sistem linearnih enačb izrazov (4.17) in (4.18) s pomočjo *Laplaceove transformacije* bomo začeli s substitucijo iz izraza (4.21)

$$X(t) = P_{s_0}(t), Y(t) = P_{s_1}(t), Z(s) = P_{s_2}(t). \quad (4.21)$$

Po substituciji lahko izvedemo *Laplaceovo transformacijo* po naslednjih izrazih:

$$1. \begin{cases} sX(s) - X(0) = -3\lambda X(s) + \mu Y(s) \\ sY(s) - Y(0) = 3\lambda X(s) - (2\lambda + \mu)Y(s) \end{cases} \quad (4.22)$$

$$2. \begin{cases} sX(s) - 1 = -3\lambda X(s) + \mu Y(s) \\ sY(s) = 3\lambda X(s) - (2\lambda + \mu)Y(s) \end{cases} \quad (4.23)$$

$$3. \begin{cases} (s + 3\lambda)X(s) - \mu Y(s) = 1 \\ -3\lambda X(s) + (s - 2\lambda - \mu)Y(s) = 0 \end{cases} \quad (4.24)$$

Iz sistema linearnih enačb iz izraza (4.24) lahko izračunamo determinanto sistema po Crammerjevem pravilu [5]

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3\lambda + s & -\mu \\ -3\lambda & 2\lambda + s + \mu \end{vmatrix} = s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2 \quad (4.25)$$

in pa še determinantni za parcijalne rešitve $X(s)$ in $Y(s)$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & -\mu \\ 0 & 2\lambda + s + \mu \end{vmatrix} = s + 2\lambda + \mu, \quad (4.26)$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3\lambda + s & 1 \\ -3\lambda & 0 \end{vmatrix} = 3\lambda. \quad (4.27)$$

Iz izrazov od (4.25) do (4.27) lahko izračunamo omenjene parcijalne rešitve $X(s)$ in $Y(s)$

$$X(s) = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{s + 2\lambda + \mu}{s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2}, \quad (4.28)$$

$$Y(s) = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{3\lambda}{s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2}. \quad (4.29)$$

Ker zadnjega stanja Markovske verige v končni rešitvi ne upoštevamo, je končna rešitev za zanesljivost sistema v frekvenčnem prostoru

$$R_{sys}(s) = X(s) + Y(s). \quad (4.30)$$

Če razvijemo izraza (4.28) in (4.29) v izrazu (4.30) dobimo

$$\begin{aligned} R_{TMR}(s) &= \frac{s + 2\lambda + \mu}{s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2} + \\ &+ \frac{3\lambda}{s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2} = \\ &= \frac{s + 2\lambda + \mu + 3\lambda}{s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2} = \\ &= \frac{s + 5\lambda + \mu}{s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

4.2.1 Preverjanje veljavnosti rešitve sistema

Sedaj moramo preveriti ali je seštevek verjetnosti nahajanj v vseh stanjih sistema enaka ena, da na ta način ugotovimo veljavnost končne rešitve. To pomeni, da moramo upoštevati še zanesljivost $P_{s_3}(s)$ stanja s_3 . Da to lahko naredimo, moramo ponoviti isti postopek na izrazu (4.19). Izraz (4.19) bomo preslikali v frekvenčni prostor z uporabo *Laplaceove transformacije*

$$sZ(s) - Z(0) = 2\lambda Y(s),$$

$$sZ(s) - 0 = 2\lambda Y(s),$$

$$sZ(s) = 2\lambda Y(s),$$

$$Z(s) = \frac{2\lambda Y(s)}{s},$$

$$Z(s) = \frac{6\lambda^2}{(s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2)s}. \quad (4.32)$$

Izraz (4.32) bomo prišteli izrazu (4.30)

$$R(s) = R_{TMR}(s) + Z(s). \quad (4.33)$$

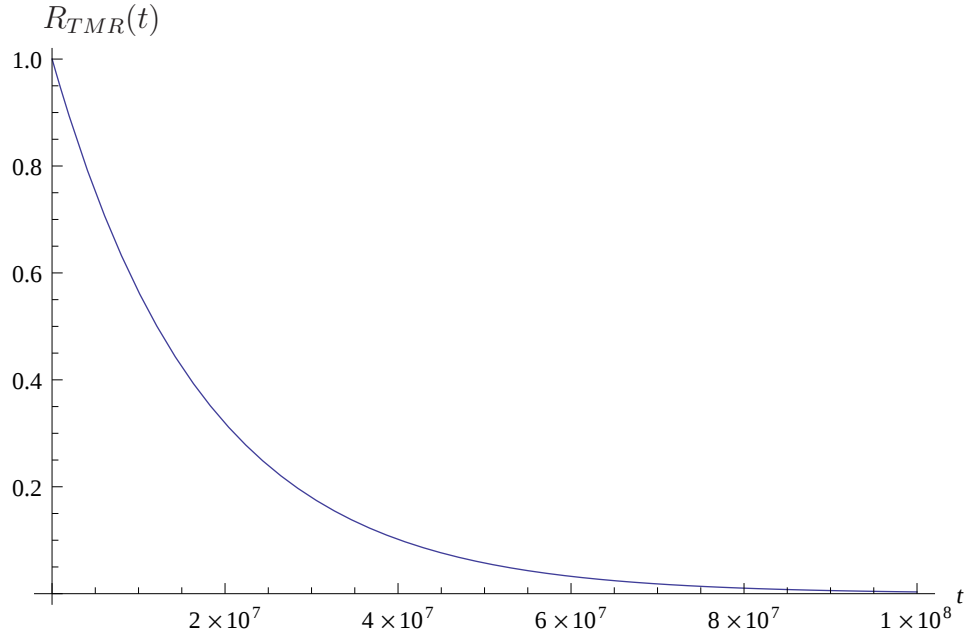
Če enačbo iz izraza (4.33) razvijemo, dobimo izraz

$$\begin{aligned} R(s) &= \frac{s + 5\lambda + \mu}{s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2} + \frac{6\lambda^2}{(s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2)s} \\ &= \frac{s(s + 5\lambda + \mu) + 6\lambda^2}{(s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2)s} \\ &= \frac{s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2}{(s^2 + s(5\lambda + \mu) + 6\lambda^2)s} = \frac{1}{s}. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Da dobimo zanesljivost delovanja $R(t)$ v časovnem prostoru, moramo na izrazu (4.34) uporabiti *inverzno Laplaceovo transformacijo*

$$R(t) = L^{-1}\{R(s)\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} = 1 \quad (4.35)$$

Iz enačbe v izrazu (4.35) vidimo, da je izraz za $R_{TMR}(s)$ pravilno izračunan.



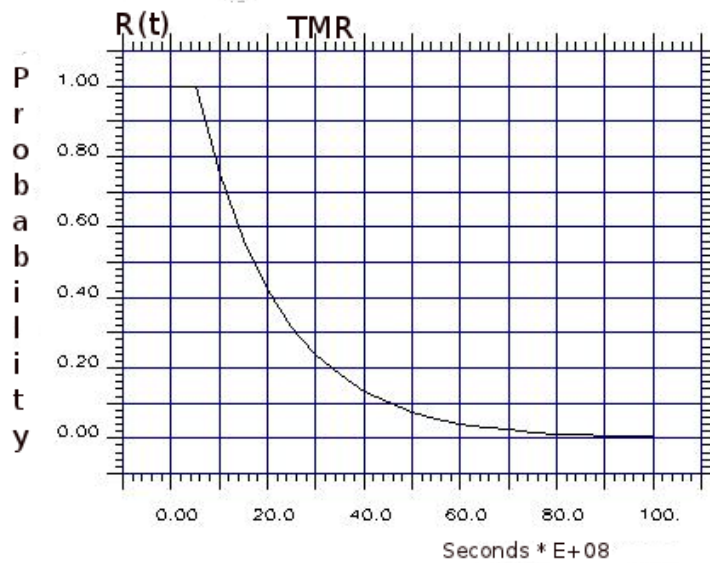
Slika 4.3 Grafični potek za $R_{TMR}(t)$, ko velja $\lambda = 10^{-6} s^{-1}$ in $\mu = 10^{-4} s^{-1}$.

4.2.2 Zanesljivost delovanja *TMR* sistema

Da bi dobili $R_{TMR}(t)$, moramo narediti *inverzno Laplaceovo transformacijo* nad izrazom (4.31). Ker je ročni postopek računanja *inverzne Laplaceove transformacije* za ta izraz zapleten, bomo uporabili program *Wolfram Mathematica* da dobimo rešitev.

$$\begin{aligned}
 R_{TMR}(t) = & \frac{e^{-\frac{1}{2}t(5\lambda+\mu+\sqrt{\lambda^2+10\lambda\mu+\mu^2})}}{2\sqrt{\lambda^2+10\lambda\mu+\mu^2}} \left(5 \left(-1 + e^{t\sqrt{\lambda^2+10\lambda\mu+\mu^2}} \right) + \lambda + \right. \\
 & + \left(-1 + e^{t\sqrt{\lambda^2+10\lambda\mu+\mu^2}} \right) \mu + \\
 & \left. + \left(1 + e^{t\sqrt{\lambda^2+10\lambda\mu+\mu^2}} \right) \sqrt{\lambda^2+10\lambda\mu+\mu^2} \right) \quad (4.36)
 \end{aligned}$$

Iz izraza (4.36) lahko prikažemo grafični potek za zanesljivost delovanja sistema $R_{TMR}(t)$ na sliki 4.3. Verifikacija rešitve za $R_{TMR}(t)$ je izračunana z orodjem CARMS (Computer-Aided Rate Modeling and Simulation) in po-



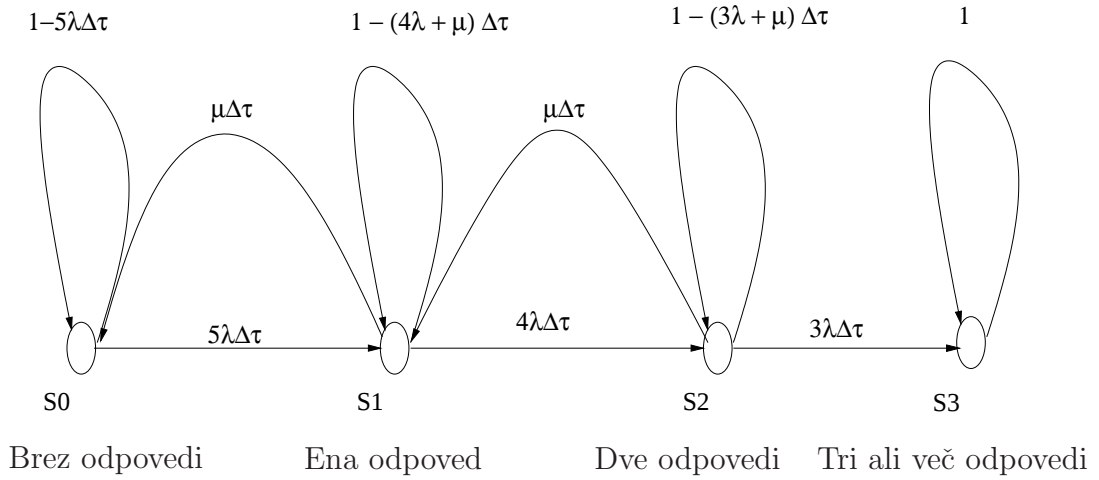
Slika 4.4 Verifikacija rešitve za popravljivi sistem *TMR*, ko velja $\lambda = 10^{-6}s^{-1}$ in $\mu = 10^{-4}s^{-1}$.

dana na sliki. 4.4. Če se parameter λ nahaja v svojem običajnem časovnem intervalu $[10^{-6}h^{-1}, 10^{-9}h^{-1}]$ se simulacija izvaja zelo počasi. Potrebuje nekaj minut. Zaradi tega smo privzeli, da je parameter λ dosti večji, kar vseeno ne zmanjša življenske dobe sistema.

4.3 Popravljivi 5-modularni redundančni sistem

5-modularni redundančni sistem (*5MR*) sestavlja pet glasovalnih naprav, ki so vzporedno vezane na glasovalnik. Stanja *posplošenega 5MR* sistema bomo opisali z Markovskimi verigami. Pričujoča stanja *5MR* sistema so:

1. brez odpovedi glasovalnih naprav (delujoč sistem): stanje s_0 ,
2. ena odpoved glasovalnih naprav (delujoč sistem): stanje s_1 ,
3. dve odpovedi glasovalnih naprav (delujoč sistem): stanje s_2 ,



Slika 4.5 Opis 5MR sistema z Markovsko verigo.

4. tri ali več odpovedi glasovalnih naprav (sistem v odpovedi): stanje s_3 .

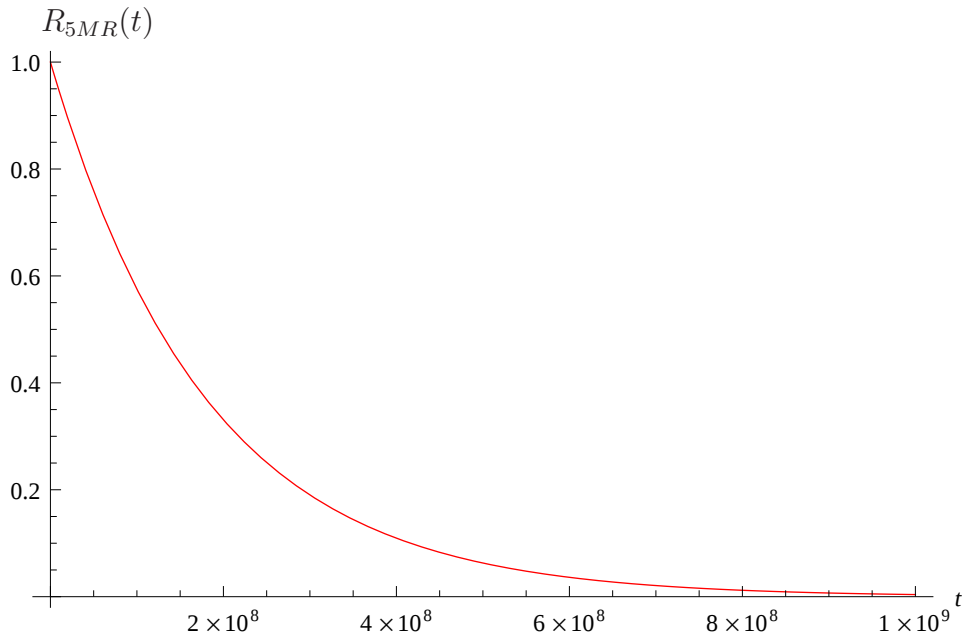
Slika 4.5 prikazuje vsa stanja, v katerem se lahko najde 5MR sistem. Iz slike 4.5 dobimo po [2] sistem diferencialnih enačb

$$\text{Sistem dif. enačb} \left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_{s_0}(t)}{dt} = -5\lambda P_{s_0}(t) + \mu P_{s_1}(t), \\ \frac{dP_{s_1}(t)}{dt} = 5\lambda P_{s_0}(t) - (4\lambda + \mu)P_{s_1}(t) + \mu P_{s_2}(t), \\ \frac{dP_{s_2}(t)}{dt} = 4\lambda P_{s_1}(t) - (3\lambda + \mu)P_{s_2}(t), \\ \frac{dP_{s_3}(t)}{dt} = 3\lambda P_{s_2}(t). \end{array} \right. \quad (4.37)$$

Pri sistemu diferencialnih enačb (4.37) veljajo naslednji začetni pogoji

$$P_s(0) = [1, 0, 0, 0]. \quad (4.38)$$

Ko nam je začetni pogoji znan, preslikamo sistem diferencialnih enačb (4.37) z *Laplaceovo transformacijo* v sistem linearnih enačb. Od tega koraka naprej lahko izpeljemo enačbo za $R_{5MR}(t)$ na isti način kot pri *TMR* sistemu. Torej, matematična izpeljava od tukaj naprej je podana implicitno.



Slika 4.6 Grafični potek za $R_{5MR}(t)$, ko velja $\lambda = 10^{-6} s^{-1}$ in $\mu = 10^{-5} s^{-1}$.

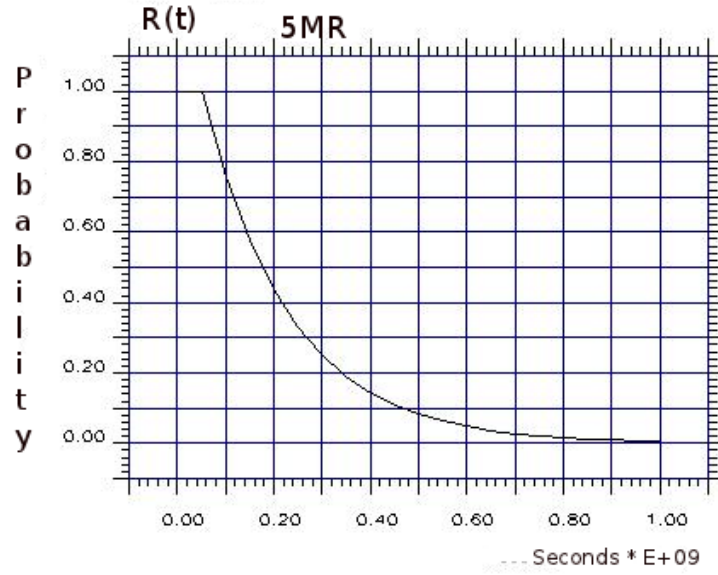
Ker je izraz za $R_{5MR}(t)$ predolg, bo ta funkcija predstavljena z lastnim grafičnim potekom na sliki 4.6.

Verifikacija rešitve je izračunana z orodjem CARMS (Computer-Aided Rate Modeling and Simulation) in podana na sliki 4.7.

4.4 Popravljivi 7-modularni redundančni sistem

7-modularni redundančni sistem (7MR) sestavlja sedem glasovalnih naprav, ki so vzporedno vezane na glasovalnik sistema. Stanja popravljivega 7MR sistema bomo opisali z Markovskimi verigami. Pričujoča stanja popravljivega 7MR sistema so:

1. brez odpovedi glasovalnih naprav (delujoč sistem): stanje s_0 ,
2. ena odpoved glasovalnih naprav (delujoč sistem): stanje s_1 ,



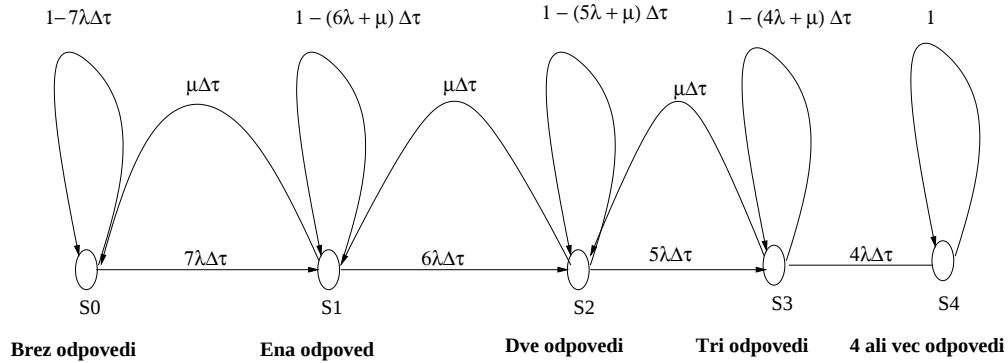
Slika 4.7 Verifikacija rešitve za popravljivi sistem $5MR$, ko velja $\lambda = 10^{-6}s^{-1}$ in $\mu = 10^{-4}s^{-1}$.

3. dve odpovedi glasovalnih naprav (delujoč sistem): stanje s_2 ,
4. tri odpovedi glasovalnih naprav (delujoč sistem): stanje s_3 ,
5. štiri ali več odpovedi glasovalnih naprav (sistem v odpovedi): stanje s_4 .

Slika 4.8 prikazuje vsa stanja sistema v katerem se lahko najde $7MR$ sistem.

Iz pričujoče slike lahko naredimo sistem diferencialnih enačb

$$\begin{cases} \frac{dP_{s_0}(t)}{dt} = -7\lambda P_{s_0}(t) + \mu P_{s_1}(t), \\ \frac{dP_{s_1}(t)}{dt} = 7\lambda P_{s_0}(t) - (6\lambda + \mu)P_{s_1}(t) + \mu P_{s_2}(t), \\ \frac{dP_{s_2}(t)}{dt} = 6\lambda P_{s_1}(t) - (5\lambda + \mu)P_{s_2}(t) + \mu P_{s_3}(t), \\ \frac{dP_{s_3}(t)}{dt} = 5\lambda P_{s_2}(t) - (4\lambda + \mu)P_{s_3}(t), \\ \frac{dP_{s_4}(t)}{dt} = 4\lambda P_{s_3}(t), \end{cases} \quad (4.39)$$



Slika 4.8 Opis 7MR sistema z Markovsko verigo.

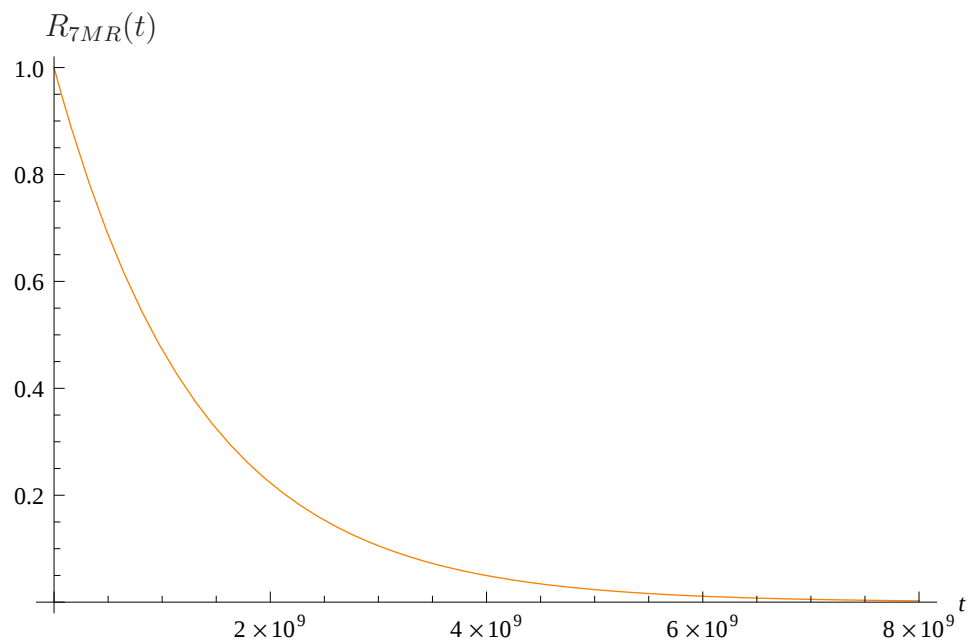
ob pogoju da velja

$$P_s(0) = [1, 0, 0, 0, 0]. \quad (4.40)$$

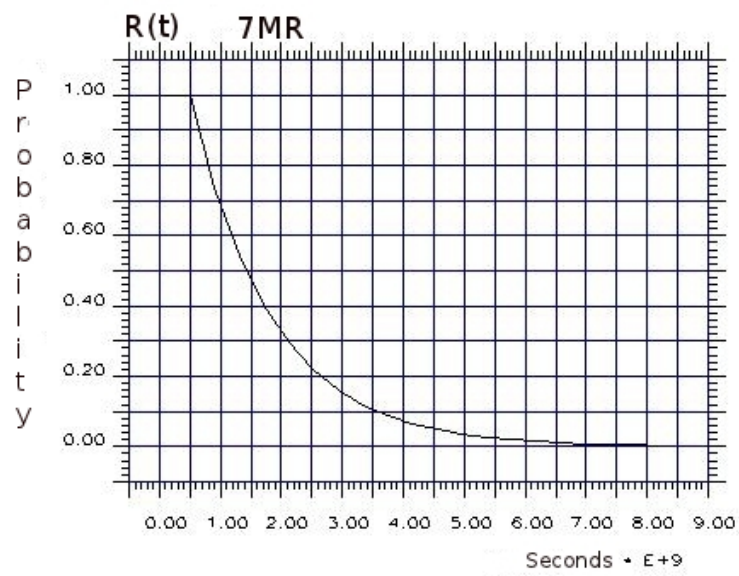
Od tukaj naprej je matematična izpeljava podana implicitno, zaradi uporabe simulacijskega orodja CARMS. Grafični potek za $R_{7MR}(t)$ je prikazan na sliki 4.9. Verifikacija rešitve je izračunana z orodjem CARMS (Computer-Aided Rate Modeling and Simulation) in podana na sliki 4.10.

4.5 Primerjava popravljivih redundantnih sistemov

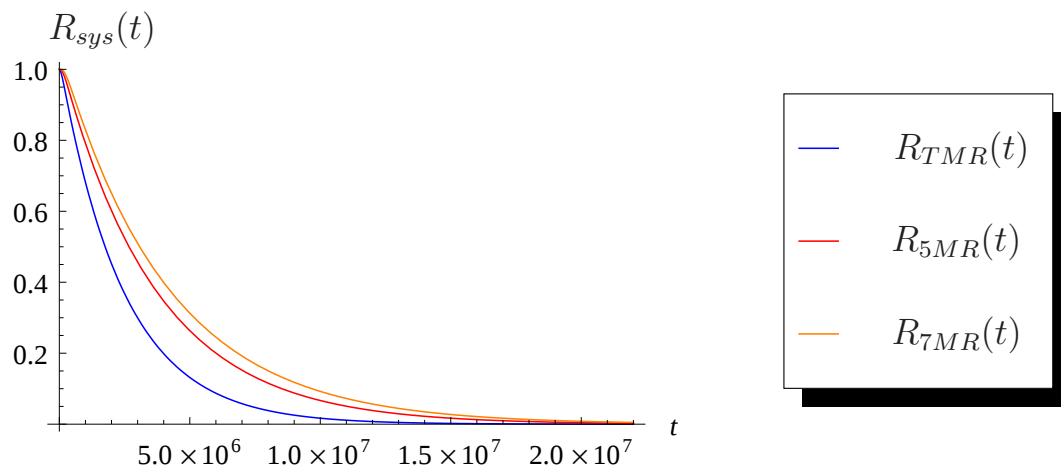
Ko smo izračunali vse parametre, ki opisujejo delovanje posplošenih redundantnih sistemov, lahko primerjamo te sisteme med seboj. Primerjava sistemov je podana s parametrom $R_{sys}(t)$. Spremenljivki teh parametrov sta λ in μ . Grafični poteki funkcij $R_{TMR}(t)$, $R_{5MR}(t)$ in $R_{7MR}(t)$ so na slikah 4.11 in 4.12. Iz teh slik je razvidno, da ima NMR sistem s sedmimi glasovalnimi napravami največjo zanesljivost delovanja. Ko se večja razmerje $\frac{\mu}{\lambda}$, se tudi proporcionalno večja razmerje skalarne razlike med $R_{7MR}(t)$, $R_{5MR}(t)$ in $R_{TMR}(t)$.



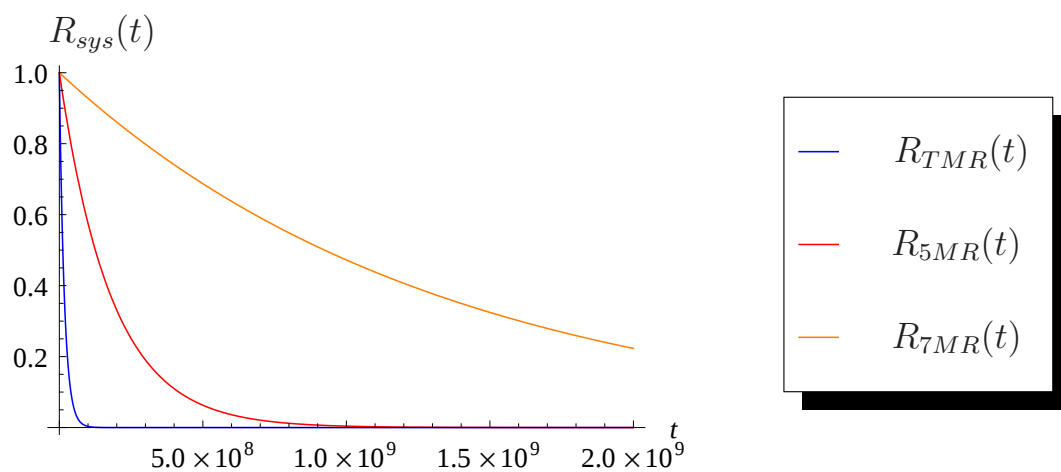
Slika 4.9 Grafični potek za $R_{7MR}(t)$, ko velja $\lambda = 10^{-6} s^{-1}$ in $\mu = 10^{-4} s^{-1}$.



Slika 4.10 Verifikacija rešitve za popravljivi sistem 7MR, ko velja $\lambda = 10^{-6} s^{-1}$ in $\mu = 10^{-4} s^{-1}$.



Slika 4.11 Grafični potek za $R_{TMR}(t)$, $R_{5MR}(t)$ in $R_{7MR}(t)$, ko velja $\lambda = 10^{-6} s^{-1}$ in $\mu = 10^{-5} s^{-1}$.



Slika 4.12 Grafični potek za $R_{TMR}(t)$, $R_{5MR}(t)$ in $R_{7MR}(t)$, ko velja $\lambda = 10^{-6} s^{-1}$ in $\mu = 10^{-4} s^{-1}$.

5 Zaključek

V diplomski nalogi sem obravnaval lastnosti *NMR* sistemov in opravil analizo kako te lastnosti vplivajo na njihovo zanesljivost. Obravnaval sem dva tipa lastnosti:

- neidealnost glasovalnika v *NMR* sistemu: potrebno je dodati več enako zanesljivih glasovalnikov na nivoju glasovanja,
- pokvarljivost/popravljenost glasovalnih naprav pri različnih *NMR* sistemih: če so pričujoče entitete sistema pod vplivom servisiranja napake, je sistem bolj zanesljiv in ima daljšo življensko dobo.

Pri prvem tipu lastnosti je bilo potrebno ugotoviti, ali večje število glasovalnikov na nivoju glasovanja poveča zanesljivost sistema. Prišel sem do ugotovitve, da se zanesljivost sistema poveča, če veljajo naslednji pogoji:

- ko imamo sekvenčno vezavo *NMR* sistemov (glej slike 3.3 in 3.4),
- ko so vse entitete *NMR* sistema enako zanesljive,
- ko je zanesljivost vseh entitet *NMR* sistema v področju visoke zanesljivosti ($p_e(t) > 0.5$).

Te pogoje je bilo potrebno za raziskati, ker se procesi v računalniških sistemih izvajajo praviloma sekvenčno. To pomeni, da če je računalniški sistem zgrajen iz manjših sekvenčno povezanih *NMR* sistemov, se bo vsaj eden od korakov aktivnega procesa procesiral v enem od podsistemov. Iz tega sledi, da je potrebno imeti zelo zanesljive podsisteme posebej če proces potrebuje veliko število korakov, da pride do rešitve sistema. Če jih ne bi imeli, bi se dogajalo, da bi večina aktivnih procesov, ki uporabljajo lastnost sekvenčne arhitekture *NMR* sistema, bila napačno sprocesirana, ker bi eden od podsistemov ali celo množica podsistemov prihajala zelo pogosto v stanje odpovedi, kar pomeni, da bi računalniški sistem za uporabnika, postal neuporaben. Drugi pogoj se nanaša na razmerje med ceno implementacije sistema in njegovo kakovost (večja zanesljivost sistema in daljšo življensko doba). Če imamo na voljo določeno število entitet, ali se izplača narediti sekvenčni sistem, ki ima večje število glasovalnikov na nivoju glasovanja, ali samo enega? Če se sistem dolgo časa nahaja v področju visoke zanesljivosti, je boljše narediti sistem z več glasovalniki na nivoju glasovanja. Pri drugem tipu lastnosti je bilo potrebno ugotoviti kako intenzivnost servisiranja napake vpliva na različne *NMR* sisteme. Pri obravnavi tega tipa sem ugotovil, da intenzivnost servisiranja napake vpliva na kakovost *NMR* sistema. Parameter, ki naredi razliko med *NMR* sistemi, je število glasovalnih naprav. Ugotovil sem tudi majhno težavo, ki se pojavlja pri iskanju matematične rešitve za $R_{sys}(t)$ teh sistemov in sicer je ta, da ima zaradi

vpliva parametra intenzivnosti odpovedovanja iskanje rešitve s pomočjo simulacijskega orodja CARMS za $R_{sys}(t)$ eksponentno časovno zahtevnost. To pomeni, da je časovna zahtevnost odvisna od samega števila glasovalnih naprav v sistemu.

LITERATURA

- [1] E. A. ElSayed, *Realibility Engineering*, Addison Wesley Longman, Inc., 1996.
- [2] M. L. Shooman, *Reliability of Computer Systems and Networks: Fault Tolerance, Analysis, and Design*, John Wiley and Sons, Inc., 2002.
- [3] <http://www.wolframalpha.com>.
- [4] Pukite, *Modeling for Reliability Analysis*, IEEE Press, 1998.
- [5] Bronshtein, Semendyayev, Musiol, Muehlig, *Handbook of Math, 5th edition*, Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, Frankfurt am Main, 2007.