

L. Gyergyek, F. Jager, F. Solina<sup>†</sup>, M. Vezjak, F. Mihelič  
 Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, Ljubljana  
<sup>†</sup>TGO Gorenje, Celjska 5a, Titovo Velenje

### HITRI DIGITALNI FILTRI ZA FILTRIRANJE ELEKTROKARDIOGRAMA

#### FAST DIGITAL FILTERS FOR ELECTROCARDIOGRAM FILTERING

**POVZETEK** Delo opisuje hitre digitalne filtre za filtriranje elektrokardiograma. Obstaja razred nizkoprepustnih nerekurzivnih digitalnih filtrov, ki jih lahko realiziramo rekurzivno. Rekurzivna realizacija in celoštevilčni koeficienti povečajo hitrost izračunavanja. Koncept lahko razširimo na visoki in pasovno zaporni filter. Realizacija filtrov na miniračunalniku je pokazala, da jih lahko uporabimo za delo v realnem času do frekvence vzorčenja 7kHz.

**ABSTRACT** Fast digital filters for electrocardiogram are described in this work. A certain class of nonrecursive digital filters can be realized in recursive form. Recursive realisation and integer multipliers increase computation speed. The same realisation concept can be extended to highpass and bandstop filters. Realisation of this filters on a minicomputer shows that these filters can be used for on-line operation at sampling rate up to 7kHz.

#### UVOD

Računalniška analiza elektrokardiografskih signalov se sestoji iz:

- 1) Predobdelave oziroma izločanja signala iz ozadja motenj
- 2) Razpoznavanja značilnih oblik in avtomatskega diagnosticiranja.

Posnetek elektrokardiograma je v mirovanju, še bolj pa pri testu obremenitve moten s šumom. Šum je definiran kot katerakoli motnja, ki je aditivno dodana koristnemu signalu /1/. Signal EKG je izrazito nizkofrekvenčni pojav. Glavna informacijska vsebina signala leži v področju frekvenc do 40Hz. Spektralne komponente nad to frekvenco dosežejo v povprečju komaj 3% maksimalne amplitude /1/.

Narava šuma je lahko stohastična ali periodična. Stohastične motnje so nključni šum bioelektričnih napetosti mišic (njihov spekter leži med 20Hz in 500Hz) in polarizacijskih učinkov elektrod, periodične pa nastopijo zaradi relativnega pomikanja elektrod proti srcu (0,2Hz do 1,7Hz) in interference omrežne napetosti (50Hz). Digitalni filtri imajo nekaj prednosti pred analognimi /2/: enostavna in hitra realizacija, izhodni signal je v digitalni obliki (primeren je za nadaljno obdelavo), velika dinamika, preprosta realizacija časovno spremenljivih, nelinearnih in adaptivnih filtrov, dosežemo lahko linearno fazo ali fazo nič. Nerekurzivni digitalni filtri so vedno stabilni in imajo linearno fazo. Z njimi lahko dosežemo zelo ostre karakteristike, kar pa zahteva veliko število koeficientov in s tem veliko število računskih operacij. Izhod rekur-

zivnih filtrov ni odvisen le od yhodnih vrednosti, pač pa tudi od predhodnih vrednosti izhoda. Filtri imajo manjše število koeficientov, torej so hitrejši, povratna vezava pa povzroči nelinearno fazo in s tem popačen izhodni signal. Ti filtri tudi hitro pridejo v nestabilno področje (sprememba koeficientov filtra zaradi končne dolžine računalniške besede povzroči pomik pola izven kroga enote). Hitrost izračunavanja je najpomembnejši faktor pri obdelavi v realnem času. Koeficienti digitalnih filtrov so največkrat realna števila. Realizacija filtra na računalniku predstavlja pravzaprav množico seštevanj in množenj. Množenja v realnem času z realnimi števili zavzamejo mnogo časa. Višji jeziki se izkažejo prepočasni zato smo prisiljeni realizirati filter na zbirnem nivoju. Tu imamo na razpolago le celoštevilčno aritmetiko in osnovne manipulacije binarne aritmetike: seštevanje, odštevanje in pomikanje. Mnogi mikroročunalniki niti nimajo instrukcije množenja. Operacijo smo prisiljeni programirati sami, kar še podaljša potreben čas za izračunavanje. V /2/, /3/, /4/ lahko zasledimo uporabo filtrov, ki temelje na Fourierjevi transformaciji, različnih rekurzivnih nizkih filtrov in Butterworthovih digitalnih filtrov za filtriranje signalov. Vsi ti filtri imajo za koeficiente realna števila in potrebujejo za izračunavanje mnogo časa ali pa jih lahko uporabimo le izven realnega časa (ciklična narava Fourierjeve transformacije). Obstoja poseben razred nerekurzivnih nizkih filtrov, ki jih lahko realiziramo rekurzivno, imajo linearno fazo, celoštevilčne koeficiente in so zato preprosti za programiranje in hitri po izvajanju /5/, /6/, /7/, /8/. V referatu bomo omenjeni tip filtrov razširili na visoki in pasovno zaporni filter, podali pa bomo tudi nekaj praktičnih rezultatov.

#### NIZKI FILTRI

Najpreprostejši tip digitalnih filtrov je nerekurzivni ali konvolucijski filter. (1).  $x(k)$  so vhodni vzorci,  $y(k)$  izhodni vzorci in  $w(i)$  uteži.

$$y(k) = \sum_{i=0}^p w(i) \cdot x(k-i) \quad (1)$$

Vzemimo, da so uteži  $w(i) = 1$  in naredimo transformacijo Z.

$$H(Z) = 1 + Z^{-1} + Z^{-2} + \dots + Z^{-m+1}, \quad p = -m + 1 \quad (2)$$

To je pravzaprav nizki filter s tekočim povprečenjem. Enačba (2) je geometrijska vrsta in jo lahko zapišemo tudi v rekurzivni obliki /6/, /7/, /8/.

$$H(Z) = \frac{1 - Z^{-m}}{1 - Z^{-1}} \quad (3)$$

Diferenčna enačba je naslednja:

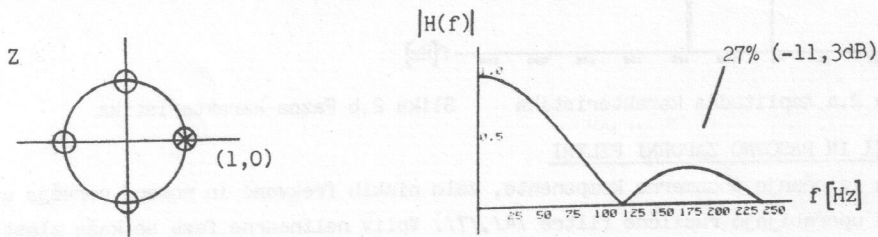
$$y(k) = y(k-1) + x(k) - x(k-m) \quad (4)$$

Rekurzivni filter je enak filtru s tekočim povprečenjem le da v tej realizaciji potrebujemo le eno odštevanje in eno seštevanje.

**FILTER A** Zapišimo enačbo (3) nekoliko splošnejše:

$$H(Z) = \left( \frac{1 - Z^{-m}}{1 - Z^{-1}} \right)^M = e^{-j\omega T \left( \frac{m}{2} - \frac{1}{2} \right) M} \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{m}{2}\omega T\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\omega T\right)} \right)^M, \quad M=1,2,\dots, m=2,3,\dots \quad (5)$$

Filter ima simetrični impulzni odziv, linearno fazo, ojačenje  $m^M$ , poli in ničle so na enotinem krogu. Ničla pri  $Z=(1,0)$  kompenzira pol pri  $Z=(1,0)$ . Slika 1.a predstavlja lego polov in ničel v Zravnini, slika 1.b pa frekvenčno karakteristiko za primer  $m=4, M=1$  in frekvenco vzorčenja 500Hz.



Slika 1.a Lega polov in ničel

Slika 1.b Frekvenčna karakteristika

**FILTER B** Glavna informacijska vsebina signala EKG leži v področju frekvenc med 0Hz in 40Hz. QRS kompleks je sestavljen tudi iz višjih frekvenc do 80Hz /1/, /4/. Nizki filter kaže v prepustnem področju hitro padajočo karakteristiko. Ta povzroči zaobljenje ostrih vrhov v signalu. Želimo načrtati filter, ki bi imel do 80Hz čim bolj konstantno karakteristiko. Vzeli smo filter s tekočim povprečenjem s stopnjo glajenja 4 (slika 1). Z digitalnim resonatorjem, ki ga damo v imenovalec enačbe (5) dosežemo dvig karakteristike v prepustnem področju in večje slabljenje v zapori. Koeficiente resonatorja (6) smo določili z optimizacijsko metodo po Steiglitzu /9/, ki temelji na minimalni srednji kvadratni napaki, glede na željeno karakteristiko, nato pa smo koeficiente zaokrožili na vrednosti primerne za hitro izračunavanje. S spreminjanjem parametra  $\theta$  spreminjamo resonančno frekvenco, s parametrom  $r$  pa ojačenje. Izkáže se, da data koeficienta  $a=0,5$  in

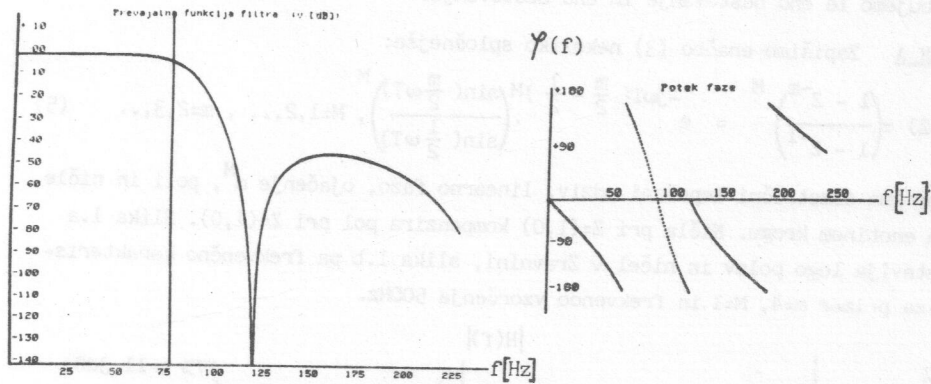
$$H(Z) = 1 - 2r\cos\theta Z^{-1} + r^2 Z^{-2} = 1 - aZ^{-1} + bZ^{-2} \quad (6)$$

$b=0,5$  zadovoljive rezultate. Celotna prevajalna funkcija filtra B se glasi:

$$H(Z) = \left( \frac{1 - Z^{-4}}{(1 - Z^{-1})(1 - 0,5Z^{-1} + 0,5Z^{-2})} \right)^M \quad (7)$$



Dobili smo filter z neskončnim enotnim odzivom in nelinearno fazo. Sliki 2.a in 2.b prikazujeta amplitudni in fazni potek filtra B za  $M=3$ . Filter ima mejno frekvenco pri 81Hz, slabljenje v zapori znaša  $-43,5\text{dB}$ , faza pa je do frekvence 60Hz skoraj linearna.

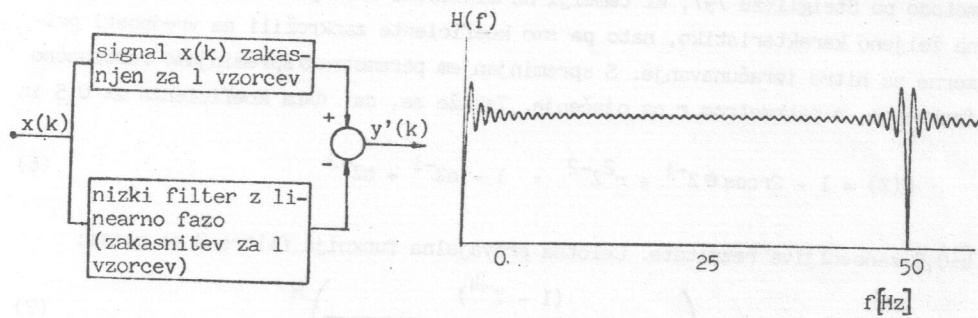


Slika 2.a Amplitudna karakteristika

Slika 2.b Fazna karakteristika

### VISOKI IN PASOVNO ZAPORNI FILTRI

Za izločanje enosmerne komponente, zelo nizkih frekvenc in motenj omrežja avtorji uporabljajo različne filtre /4/, /7/. Vpliv nelinearne faze se kaže zlasti v popačenju signala na začetku P, na koncu T vala in v distorziji segmenta ST. Nelinearni potek lahko odpravimo z dvosmernim filtriranjem /10/, ki pa kaže dodatne težave pri obdelavi v realnem času. Izločiti želimo frekvence do 1Hz in frekvenco 50Hz s širino  $\pm 1\text{Hz}$ . Za načrtovanje visokega in pasovno zapornega filtra smo uporabili lastnost, da je frekvenčni potek kombiniranega filtra formiranega s seštevanjem izhodnih signalov dveh filtrov z linearno fazo z isto zakasnitvijo enak algebraični vsoti posameznih frekvenčnih potekov (slika 3). Zaporno karakteristiko bomo dosegli tako, da bomo signal poslali preko pasovno propustnega filtra in izhod odšteli od osnovnega signala, ki ga bomo zakasnili za toliko kot to povzroči pasovni filter. Širino 1Hz za visoki, oziroma  $\pm 1\text{Hz}$  za zaporno



Slika 3 Generiranje zaporne karakter. Slika 4 Frekvenčni potek filtra C

ni filter pri frekvenci vzorčenja 500Hz dosežemo s 500 ničlami v števcu enačbe (5), ničlo pri frekvenci, ki jo želimo izsejati pa moramo kompenzirati s polom.

FILTER C Oglejmo si naslednjo enačbo:

$$H(z) = \left( \frac{1 - z^{-490M}}{1 - z^{-10}} \right) \quad (8)$$

Filter po enačbi (8) ima 490 ničel na enotinem krogu, pole pri frekvencah: 0Hz,  $\pm 50$ Hz,  $\pm 100$ Hz,  $\pm 150$ Hz,  $\pm 200$ Hz in 250Hz. in linearno fazo. Za primer  $M=1$  ima ojačenje 49 in zakasnitev 240 vzorcev. Pripadajoči zaporni filter duši zelo nizke frekvence do 1Hz, frekvenco 50Hz in vse njene mnogokratnike. Vsak pol je kompenziran z ničlo, število ničel mora torej biti mnogokratnik števila 10. Izhodni signal naj bo zaradi kasnejšega odštevanja zakasnen za celo število vzorcev. Pri frekvenci vzorčenja 500Hz pokrijemo sinusni val frekvence 50Hz z desetimi vzorci. Pri zakasnitvi, ki je mnogokratnik števila 10 bomo dosegli, da bo izsejana frekvenca v fazi z vhodnim signalom. Števili v okolici števila 500, ki ustrezata tem zahtevam sta 490 in 510. Izhodni signal nato odštejemo od vhodnega signala:

$$y'(k) = 49x(k-240) - y(k) \quad (9)$$

Slika 4 prikazuje frekvenčni potek filtra. Prevzpon v karakteristiki predstavlja 24,6% amplitude v prepustu (1,9dB), za primer  $M = 2$  pa 6,1% (0,51dB). Na podoben način lahko pridemo tudi do drugih karakteristik. Preko prevajalne funkcije (10) pridemo naprimer do visokega filtra in preko (11) do zapornega filtra 50Hz.

$$H(z) = \left( \frac{1 - z^{-501}}{1 - z^{-1}} \right)^M \quad (10)$$

$$H(z) = \left( \frac{1 + z^{-485}}{1 + z^{-5}} \right)^M \quad (11)$$

#### REZULTATI

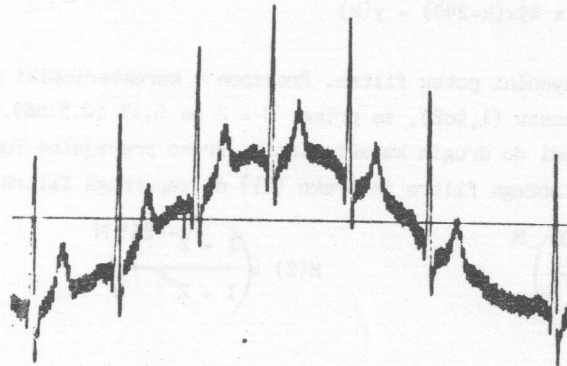
Filtre A,B,C smo testirali na miniračunalniku PDP 11/34 v realnem času. Perioda osnovne ure znaša 775ns, osnovna beseda pa je dolga 16 bitov. Zaradi celoštevilčnih koeficientov ne potrebujemo množenj. Množenja lahko realiziramo z seštevanji, odštevanji in pomikanji. Množenje z 49 pri filtru C lahko realiziramo kot  $32+16+1$  kar predstavlja pet binarnih pomikov v levo in dvoje seštevanj. Primerjali smo različne digitalne filtre glede na čas izračunavanja. Rezultati so v tabeli. Slaba stran zapornih filtrov je velika zakasnitev, veliko ojačenje in s tem v zvezi ustrezno skaliranje izhodnega signala. Zaradi velikega ojačenja filtra C smo prisiljeni obravnavati izhodne vzorce z dvojno precizijo. Isto velja tudi za filter B katerega neceli koeficienti zahtevajo uvedbo decimalnega dela. Izhodni signal zapornih filtrov je za  $M=1$  zakasnen za približno 0,5 sekunde. Prevzpon se pojavi zaradi končnega enotinega odziva. V primeru  $M=2$  se prevzpon

zmanjša, vendar se zakasnitev izhodnega signala poveča za dvakrat. Slika 5 prikazuje signal EKG moten z nizkofrekvenčnimi motnjami in omrežno frekvenco, slika 6 signal po filtriranju s filtrom C, sliki 7 in 8 pa signal pred in po filtriranju z filtrom B. Filter B ima za  $M=1$  mejno frekvenco pri 92Hz, slabljenje v

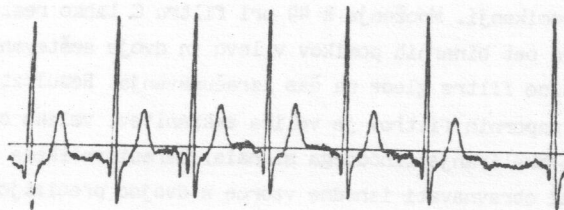
Filtriranje z uporabo Fourierjeve transformacije	Celoštevilčna aritmetika	Aritmetika s plavajočo vejico
	-	27 s
Butterworthov 4. polni nizki filter prvega reda	-	5 s
Filter A (M=1)	82 ms (12,5 kHz)	-
Filter B (M=1)	140 ms (7,3 kHz)	-
Filter C (M=1)	145 ms (7,0 kHz)	-

Tabela časov potrebnih za filtriranje 1024 podatkov.

\*Maksimalna frekvenca vzorčenja pri kateri filter še lahko deluje

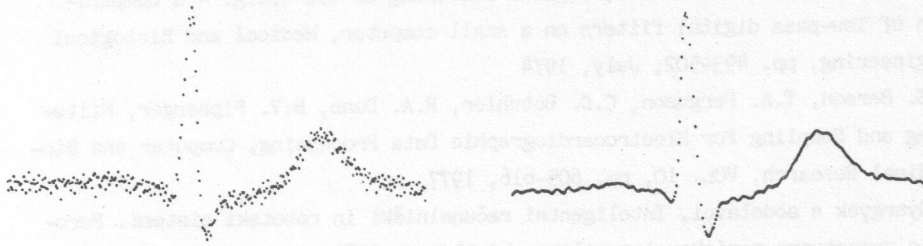


Slika 5 Signal z nizkofrekvenčnimi motnjami in motnjami omrežja



Slika 6 Signal po filtriranju s filtrom C (M=1)

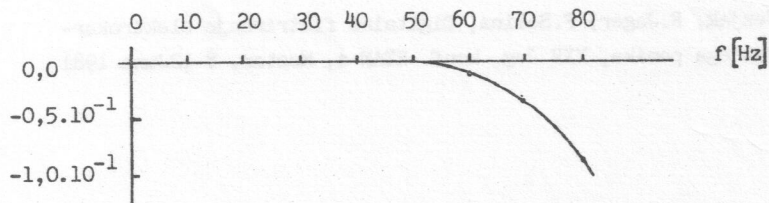




Slika 7 Signal z visokofrekvenčnimi motnjami

Slika 8 Signal po filtriranju s filtrom B (M=2)

zapori pa znaša  $-14,5\text{dB}$  za  $M=2$  ( $86,5\text{Hz}$ ,  $-29\text{dB}$ ) in  $M=3$  ( $81\text{Hz}$ ,  $-43,5\text{dB}$ ). Odstopanje frekvenčne karakteristike od željene konstantne v frekvenčnem področju od  $0\text{Hz}$  do  $80\text{Hz}$  znaša za  $M=1$  manj kot  $10^{-1}$ . Slika 9 prikazuje funkcijo napake.



Slika 9 Funkcija napake za  $M=1$

#### ZAKLJUČEK

Nakazali smo možnost rekurzivne realizacije nerekurzivnih digitalnih filtrov s celoštevilčnimi koeficienti. Zaradi preprostih koeficientov množenja realiziramo z operacijami seštevanja in pomikanja. Filtri so uporabni predvsem v aplikacijah kjer je hitrost pomembnejša od ostrih karakteristik.

#### LITERATURA

- /1/L.Gyergyek s sodelavci, Vrednotenje sistema za analizo in diagnosticiranje EKG pri testu obremenitve, Poročilo znanstveno raziskovalne naloge, Ljubljana, 1978
- /2/Weaver C.S., Von der Groeben J., Mantey P.E., Toole J.G., Cole C.A., Fitzgerald J.W., Lawrence R.W., Digital filtering with applications to electrocardiogram processing, IEEE Tran. Audio. Electroacoust., VOL-16, No.3, pp. 350-391, Sept. 1968