

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO

Rok Kršmanc

ANALIZA HOMOFONIJE S POMOČJO
MARKOVSKIH VERIG VIŠJIH REDOV

DIPLOMSKO DELO
NA UNIVERZITETNEM ŠTUDIJU

Mentor: doc. dr. Matija Marolt

Ljubljana, 2009



Št. naloge: 01536/2009

Datum: 15.01.2009

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za računalništvo in informatiko izdaja naslednjo nalogo:

Kandidat: **ROK KRŠMANC**

Naslov: **ANALIZA HOMOFONIJE S POMOČJO MARKOVSKIH VERIG VIŠJIH
REDOV**

**ANALYSIS OF HOMOPHONY WITH HIGHER ORDER MARKOV
CHAINS**

Vrsta naloge: Diplomsko delo univerzitetnega študija

Tematika naloge:

V diplomskem delu preučite področje analize večglasnih glasbenih del in izdelajte aplikacijo za analizo tovrstnih del z vidika vertikalnega časovnega poteka glasov - homofonije. Posebej se osredotočite na statistične pristope s poudarkom na markovskih verigah višjih redov.

Mentor:

doc. dr. Matija Marolt

Dekan:

prof. dr. Franc Solina

Rezultati diplomskega dela so intelektualna lastnina Fakultete za računalništvo in informatiko Univerze v Ljubljani. Za objavljanje ali izkoriščanje rezultatov diplomskega dela je potrebno pisno soglasje Fakultete za računalništvo in informatiko ter mentorja.

Diplomsko delo je napisano v programu Notepad2.

Za prevedbo v PDF format je poskrbel L^AT_EX.

Grafi in nekatere slike so izdelane z METAPOST-om, glasbeni primeri pa z MusiX_TE_X-om.

[original izdane teme diplomskega dela s podpisom mentorja in dekana ter žigom fakultete]

Izjava o avtorstvu

Spodaj podpisani **Rok Kršmanc**, z vpisno številko **63030302**, sem avtor diplomskega dela z naslovom: **Analiza homofonije s pomočjo markovskih verig višjih redov**.

S svojim podpisom zagotavljam, da:

- sem diplomsko delo izdelal samostojno pod mentorstvom doc. dr. Matije Marolta,
- so elektronska oblika diplomskega dela, naslov, povzetek ter ključne besede identični s tiskano obliko diplomskega dela,
- soglašam z javno objavo elektronske oblike diplomskega dela v zbirki "Dela FRI".

Ljubljana, 21. 1. 2009

Podpis avtorja: _____

Zahvala

Zahvaljujem se doc. dr. Matiji Maroltu, ki je z navdušenjem sprejel mentorstvo in bil vedno pripravljen svetovati.

Posebne zasluge pri tem delu gredo skladatelju in profesorju Jožetu Troštu, ki mi je odstrl čisto poseben pogled na glasbo, za katerega še pred nekaj leti niti slutil nisem, da obstaja.

Zahvaljujem se svoji družini. Za razumevanje, da računalništvo včasih terja tudi, da misli odidejo v drug svet. Njihova podpora je poskrbela, da je bil moj študij sploh mogoč.

Posebna zahvala gre Tadeji. Za zvesto spremljanje skozi življenje.



* Inicialke izreka “*Soli Deo Gloria*” je véliki skladatelj Johann Sebastian Bach (*1685 — †1750) redno pripisoval na svoja dela.

Kazalo

Povzetek	1
1 Uvod	3
2 Glasba	5
2.1 Zvok	5
2.2 Uho	5
2.3 Osnovne lastnosti zvoka	6
2.4 Psihoakustika	8
2.5 Harmonično nihanje	8
2.5.1 Dušeno sinusno nihanje	10
2.5.2 Vsiljeno sinusno nihanje	11
3 Konsonanca in disonanca	13
3.1 Glasbeni inštrumenti	13
3.1.1 Struna	14
3.1.2 Opna	15
3.2 Alikvotni toni	17
3.3 Lestvice	18
3.3.1 Zgodovina	19
3.3.2 Naravna lestvica	19
3.3.3 Druge lestvice	20
3.3.4 Mikrotonalnost	21
3.3.5 Sveti gral	21
3.4 Harmonija	22
3.4.1 Zgodovina	22
3.4.2 Gradniki	22
3.4.3 Gibanje	23

4 Izbrana področja iz glasbene informatike	25
4.1 Zapis glasbe	25
4.1.1 Zajem zvoka	25
4.1.2 Notacija	25
4.2 Statistične mere	27
4.3 Entropija	28
4.4 Markovske verige	29
4.4.1 Zgodovina	29
4.4.2 Formulacija	29
4.4.3 Homofonija	31
4.5 Glasba in skladanje	32
5 Aplikacija	34
5.1 Implementacija	36
5.2 Uporabniški vmesnik	38
6 Analiza	40
6.1 Izvedba	40
6.2 Rezultati	41
7 Zaključek	44
Dodatki	45
A Matematično ozadje	45
A.1 Fourierjeva teorija	45
A.2 Fourierjeva transformacija	46
A.3 Besselove funkcije	47
B Notni primer	48
Seznam slik	50
Seznam tabel	51
Seznam algoritmov	51
Literatura	53

Povzetek

Cilj diplomskega dela je izdelava aplikacije za analizo večglasnih glasbenih del (zlasti z vidika vertikalnega časovnega poteka glasov oz. homofonije), skupaj z ustreznim teoretičnim pregledom nad obravnavanim področjem. Tako je poleg osnovnih lastnosti zvoka opisano harmonično nihanje in v okviru konsonance tudi alikvotni toni in lestvice, kar nam nudi motivacijo za podrobnejše proučevanje harmonije in več možnih pogledov na homofonijo.

Glasbena informatika je močno orodje za kvantitativno proučevanje glasbe. Podanih je nekaj možnih pristopov, še posebej pa je izpostavljeno matematično orodje markovskih verig, ki nudi dobro izhodišče za proučevanje homofonih skladb. Opisano je postopek za analizo, ki je osredotočen na uporabo višjih redov markovskih verig, kar omogoča upoštevanje zgodovine v glasbenem poteku, ter posledično širši pogled.

Izdelana aplikacija z opisano metodo analizira skladbo, zapisano v formatu *MusicXML*. Analiza pri tem upošteva ustrezno teoretično ozadje. Aplikacija je tako učinkovit pripomoček pri različnih muzikoloških pristopih proučevanja homofonije. Na primeru konkretnega glasbenega dela je opravljena analiza, skupaj s komentiranimi rezultati. Na koncu je podanih več možnih izhodišč za nadaljnje delo.

Ključne besede:

markovske verige, homofonija, glasbena informatika

Abstract

The purpose of diploma paper is the development of application for the analysis of polyphonic musical pieces (especially from the view of vertical time progress of voices or homophony), together with the suitable theoretical study of the field in question. Beside the basic characteristics of sound simple harmonic motion and within the framework of consonance also aliquote tones and scales are described. All this is the source of motivation for the detailed study of consonance and more possible views of homophony.

Music information retrieval is a strong tool for quantitative study of music. A few possible approaches are mentioned; however, mathematical tool of Markov chains which is a good starting point for the study of homophonic compositions is put out especially. The procedure which is concentrated on the use of higher order Markov chains and is used for the analysis is also described. This is what enables the consideration for history in musical progress and, consequently, a wider view.

The elaborated application with the described method analyzes the composition written in *MusicXML* format. In this procedure the analysis takes suitable theoretical background into consideration. In this way the application is an effective resource in different musicological approaches to the study of homophony. Analysis, together with commented results, is made on the example of a concrete music piece. In the end some more possible starting points for further work are stated.

Key words:

Markov chains, homophony, music information retrieval

Poglavje 1

Uvod

*Sredi poljan si in poješ mi pesem zeleno vso,
pesem vetra in vej in trave in sonca na travi,
pesem hitečih in pesem stoječih valov,
pesem srebrnih in pesem zlatih valov —
pesem potokov in pesem žit.*

—Župančič, *Dúma*¹

Glasba je *univerzalen, zgodovinski in intelektualni* mejnik, ki ima svoje korenine v *matematiki*. Kljub temu, da je skozi razpravo pogled na glasbo izrazito matematičen, je prav da pojasnimo, da je v njej veliko vprašanj, kjer matematika ne pove dovolj. Glasba zaradi svoje kompleksnosti ponuja *široke možnosti* proučevanja. Ob tem nam je lahko uporaba računalnika v veliko pomoč. Diplomsko delo poleg pregleda nad tematiko ponuja računalniški program, ki analizira homofono glasbeno delo. Analiza se osredotoča zlasti na področje proučevanja *homofonije*, kjer opazujemo zaporedno nastopajoče funkcije akordov.

V *prvem poglavju* o glasbi je najprej podanih nekaj splošnih principov o *zvoku*, njegovih osnovnih lastnosti in o *harmoničnem nihanju*, kar služi kot temeljna osnova za celotno razpravo.

Drugo poglavje o konsonančnosti nudi dobro podlago za poglavje o harmoniji. Gre za v literaturi redke pogled z vidika matematike, ki zmore *popolnoma utemeljiti* principe harmonije. Tako se dotika *aliquotnih tonov, lestvic* in nekaterih *glasbenih inštrumentov*. S tem se med seboj povezuje matematični opis

¹Oton Župančič (*1878 — †1949) je bil slovenski pesnik, dramatik, prevajalec, literarni kritik in esejist.

nihanja in glasbeno vedo harmonijo, kateri je namenjeno posebno razdelek 3.4. Vse omenjeno nam nudi motivacijo in dovolj širok pogled na *homofonijo* v glasbi, kar je potrebno v praktičnem delu razprave.

V poglavju 4 sledi obširno področje *glasbene informatike*, kjer je govora o računalniškem *zapisu zvoka* in formatu *MusicXML* (s pojasnilom, zakaj je za nas primeren). Poudarjeno je orodje *markovskih verig*, ki ima v izdelani *aplikaciji* ključno vlogo. Ob tem je v razdelku 4.5 izpostavljeno zanimivo vprašanje skladanja z računalnikom.

Aplikacija in njena uporaba je podrobneje opisana v poglavju 5, kjer sta predstavljena tudi dva zanimivejša algoritma, ki temeljita na teoretičnih ugotovitvah iz prejšnjih poglavij (denimo pomen reda v markovski verigi).

Zlasti je pomembno poglavje 6, kjer je izvedena konkretna *analiza* na skladbi iz priloge B. Opisani in ovrednoteni so rezultati, ki podpirajo trditev, da je aplikacija lahko *močno orodje* pri muzikološkem proučevanju glasbenih del.

Na koncu je v zaključnem poglavju 7 podanih še nekaj dodatnih *sklepov in nadaljnjih smernic*, ki jih ponuja delo.

Poglavje 2

Glasba

Geometrija je zamrznjena glasba.
—Goethe¹

2.1 Zvok

Zvok je *medij* za prenos glasbe. Povzroča ga *valovanje* v *zraku*. Zrak je *plin*, kjer se molekule zraka ves čas premikajo (v normalnih pogojih okrog $500 \frac{m}{s}$). Ker je povprečna razdalja med molekulami $6 \cdot 10^{-8} m$, je tudi razdalja omenjenega premikanja kratka in molekule nenehno *trkajo* med seboj. Ti trki so medsebojno elastični, zato se nihanje molekul zaradi trkanja ne upočasni.

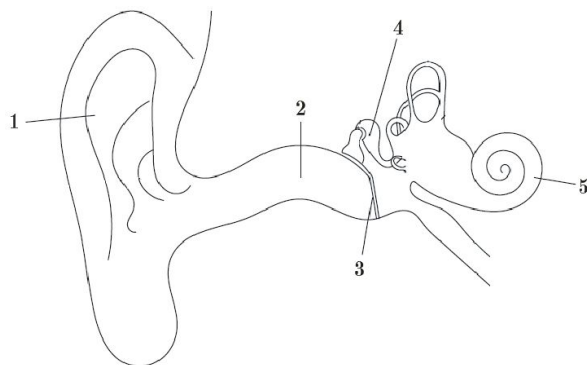
To neprenehno nihanje lahko zmoti nihajoči objekt, ki povzroči *valovanje*, ki je urejeno potovanje motnje skozi medij v zgoščeninah in razredčinah zraka. Ker se valovanje v zraku širi v isti smeri kot zvok, ga imenujemo *longitudinalno valovanje*.

2.2 Uho

S pomočjo slike 2.1 si pogledajmo, kaj se zgodi, ko zvočno valovanje doseže *uhelj* (1). Najprej skozi *sluhovod* (2) zaniha *bobnič* (3). Ta povzroči, da *kladivce*, *stremence* in *nakovalce* (4) zanihajo in posledično povzročijo nihanje tekočine po celotni cevi *polža* (5). S tekočino napolnjen polž je skoraj trikrat zavita cev konusne oblike in vsebuje *bazilarno membrano*. Nihanje v polžu povzroči nihanje bazilarne membrane, ki vsebuje preko 30 tisoč receptorjev v obliki

¹Johann Wolfgang von Goethe (*1749 — †1832) je bil nemški pisatelj, pesnik, dramatik, politik, znanstvenik in filozof.

dlačic, katere so povezane s številnimi živčnimi končnicami. Ti prenašajo *dražljaje* možganom skozi kompleksni sistem živčevja.



Slika 2.1: Zgradba ušesa.

Opazimo lahko, da valovanje z določeno frekvenco povzroči nihanje tekočine v polžu na *točno določenem mestu*.² Če poznamo, kateri živčni končiči pošiljajo električne dražljaje možganom, lahko določimo frekvenco valovanja. Namen polža je torej *ločevati zvok na različne frekvenčne komponente* — odvijaja se preoblikovanje frekvence v prostor. Ravno opisana funkcionalnost bobniča je za našo razpravo najbolj zanimiva.³

2.3 Osnovne lastnosti zvoka

Frekvenca. Zaznavamo jo kot *višino* zvoka. Predstavlja število dogodkov ν , ki so se zgodili v času T :

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (2.1)$$

Obratno lahko rečemo, da perioda meri, koliko časa T je minilo med začetkom in koncem nekega dogodka:

$$T = \frac{1}{\nu}. \quad (2.2)$$

Enota za frekvenco je *herc* in v glasbi predstavlja število nihajev na sekundo ($Hz = s^{-1}$). Približen frekvenčni interval zaznavanja zvoka je pri človeku $[20 Hz, 20\,000 Hz]$. Za frekvence izven tega območja ni resonance v bazilarni

²Nizke frekvence najintenzivneje nihajo na repu bazilarne membrane, visoke pa blizu ovalnega okenca. Ob opazovanju je bilo ugotovljeno ([6], str. 153), da se kar polovica membrane odziva na frekvence med 25 in 1600 Hz. Zato je to območje, kjer najbolje slišimo.

³Prim. poglavje 3 na strani 13.

membrani, se pa frekvence pod 20 Hz občuti s telesom.

Ker šele dvakratnik frekvence dojemamo kot ponovitev, je naše dožemanje frekvence *logaritmično*.

Amplituda. Zaznavamo jo kot *glasnost* zvoka. Predstavlja *razliko* med vrhom zračnega pritiska valovanja in med standardnim atmosferskim pritiskom. Zaznavanje glasnosti ni tako določljivo, kot zaznavanje višine; pogojeno je namreč s frekvenco.⁴

Da bi vendarle dobili nekaj objektivnosti pri subjektivnem zaznavanju glasnosti, je bilo razvitih nekaj *psihometričnih meril*, kot na primer decibeli (*dB*), foni (*F*) ipd. Pri decibelih pomeni sprememba glasnosti za 10 decibelov spremembo moči za faktor 10. To pomeni, da je lestvica logaritmična in *n* decibelov predstavlja *gostoto moči*⁵ $10^{\frac{n}{10}-12} \frac{W}{m^2}$. 0 *dB* predstavlja moč $10^{-12} \frac{W}{m^2}$, kar je območje najšibkejšega zvoka, ki ga lahko slišimo. Povejmo še, da je povprečna moč šepeta 20 *dB*, govora 60 *dB*, prag bolečine pa je 130 *dB*.

Spekter. Zaznavamo ga kot *barvo*, ki je tista značilnost zvoka, ko lahko za dva zvoka z *isto* frekvenco in amplitudo povemo, da sta *različna*. Frekvenčni spekter zvoka je *oblika nihajne krivulje* in se lahko skozi čas spreminja.

Barva nam pomaga *ločevati*, kateri inštrument slišimo, ter določevati druge semantične značilnosti zvoka (temen, svetel, zamolkel, oster ...). V glasbenih partiturah so skladatelji praviloma vedno označevali inštrument in s tem barvo. Za posamezne inštrumente so pogosto označeni tudi načini igranja (pri klavirju uporaba pedalov, pri violini sprememba tehnike igranja (lok, prsti), pri orglah registracija ipd.).

Trajanje. Zaznavamo ga kot *dolžino* zvoka in s tem glasbeni *ritem*. Čas trajanja merimo v *sekundah*.

Zvok, ki je krajši od 10 *ms* zaznavamo kot pok. Da lahko določimo višino, mora biti dolžina vsaj 30 *ms*, za določitev glasnosti pa vsaj 200 *ms*.

Lokacija. Za *izvor* zvoka lahko določimo njegovo smer prihajanja, razdaljo, višino, morebitno gibanje izvora in še marsikaj. Oblika uhlja in glave omogoča dobro zajemanje zvoka iz okolice ter je ključna pri določanju smeri zvoka.

⁴Prim. razdelek 2.2 na strani 5.

⁵Kot zanimivost povejmo, da večina glasbenih inštrumentov nikakor ne dosega moči, ki jo denimo oddaja domača klasična žarnica.

Uho, ki je bližje izvoru, sliši glasneje. Poleg tega pride zaradi razdalje zvok do drugega ušesa kasneje in mora potovati okoli glave, kar ga preoblikuje.

2.4 Psihoakustika

Psihoakustika proučuje, kako *zaznavamo* zvok. Naši možgani biološko zanimive zvoke analizirajo in izdelajo zvočno sliko. Kljub temu, da so čutila neposredno povezana z okoljem, naša notranja *doživljanja niso identična dražljajem*, ki jih sprejemamo. Odvisna so od mnogih dejavnikov: občutljivost čutnih organov, kulture, okolja, časa, prostora.

Za povezavo med objektivnimi meritvami in subjektivnim dojetanjem atributov zvoka je bil razvit *Webber–Fechterjev zakon*:

$$\psi = k \cdot \Phi^p, \quad (2.3)$$

kjer je ψ moč zaznavanja, Φ moč vzbujanja, p eksponent ter k konstanta razmerja.

Konkretno je Stevens leta 1956 [15] pokazal, da *dojemanje glasnosti* dobro opisuje naslednja enačba, ki temelji na (2.3):

$$G = k \cdot p^{0,6}, \quad (2.4)$$

kjer je G glasnost, p zračni tlak v pascalih, konstanta k pa je odvisna od frekvence.

2.5 Harmonično nihanje

V razdelku 2.2 je predstavljeno nihanje bazilarne membrane, katere princip si bomo sedaj ogledali nekoliko podrobneje. Opišimo nihanje posameznega delca membrane z maso m , na katerega deluje vpliv s silo F . Velikost sile F je seveda sorazmerna razdalji y (odmik iz ravnovesne lege⁶), medtem ko ima k vlogo sorazmernostne konstante⁷ (negativni predznak zgolj nakazuje smer sile, ki je nasprotna sili, ki želi v prvotno pozicijo):

$$F = -k \cdot y. \quad (2.5)$$

⁶Ravnovesno stanje je, ko je vsota vseh sil, ki delujejo na nek sistem enaka nič: $\sum_i F_i = 0$.

⁷Določi se jo eksperimentalno za vsako snov posebej in je odvisna od molekularne strukture snovi.

Dalje lahko upoštevamo 2. Newtonow zakon ($F = m \cdot a$), kjer nastopa pospešek a , ki ni nič drugega, kot drugi odvod po času t :

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (2.6)$$

Če (2.5) in (2.6) združimo, dobimo diferencialno enačbo:

$$m \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -k \cdot y. \quad (2.7)$$

V kolikor pri bazilarni membrani zanemarimo dušenje in dejstvo, da ni povsem elastična, lahko njeno nihanje preprosto opišemo z 2.7. Izpeljana enačba ne velja samo za membrano, temveč opisuje *nihanje določene točke* česar koli v verigi prenosa zvoka od ušesa do polža. Enačbo (2.7) lahko preoblikujemo:

$$\ddot{y} + \frac{ky}{m} = 0. \quad (2.8)$$

Tako dobimo *diferencialno enačbo drugega reda*, katere rešitev predstavlja funkcija:

$$y = A \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right) + B \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right) \quad (2.9)$$

Z uporabo osnovnih obrazcev trigonometrije lahko (2.9) zapišemo ekvivalentno kot:

$$y = c \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \phi\right). \quad (2.10)$$

(2.10) opisuje nihanje v odvisnosti od časa t in si zasluži nekoliko podrobnejši komentar. c predstavlja maksimalno amplitudo, kot ϕ nam pove, kje sinusni val seka časovno os (glej sliko 2.2). Izraz $\sqrt{\frac{k}{m}}$ nam predstavlja *kotna hitrost* nihanja izbrane točke, kar bomo označili s črko ω .

Kotna hitrost nam pove, kolikšen kot ϕ opiše nihanje v času t :

$$\omega = \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (2.11)$$

Ker je en obhod enak polnemu kotu (če uporabimo radiane, je to enako 2π) in se v časovni enoti zgodi ν obhodov, lahko (2.11) zapišemo kot:

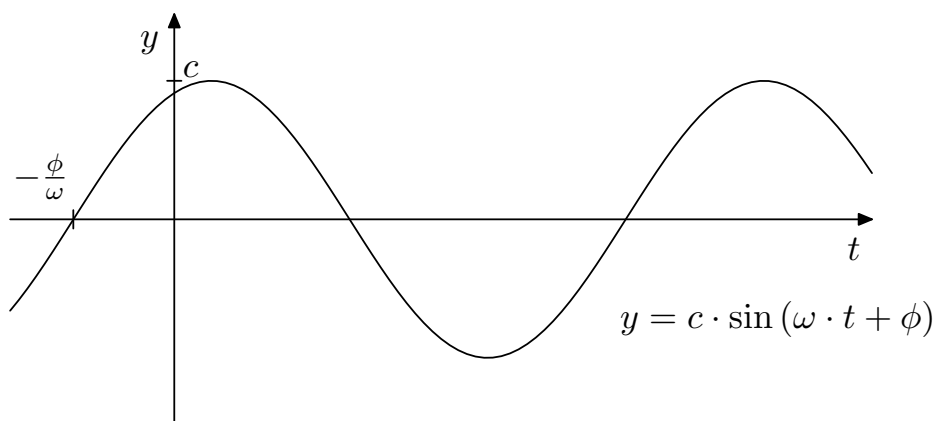
$$\omega = 2\pi \cdot \nu. \quad (2.12)$$

Iz (2.12) ugotovimo, da je frekvenca *premosorazmerna* s kotno hitrostjo.

To nam (2.10) preoblikuje v:

$$y = c \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi), \quad (2.13)$$

kar v glasbenem smislu⁸ pomeni *ton* z amplitudo (glasnostjo) c , frekvenco (višino) ν in fazo ϕ .⁹



Slika 2.2: Harmonično nihanje, ki ga opisuje sinusna funkcija v odvisnosti od časa t z amplitudo c ter zamikom ϕ .

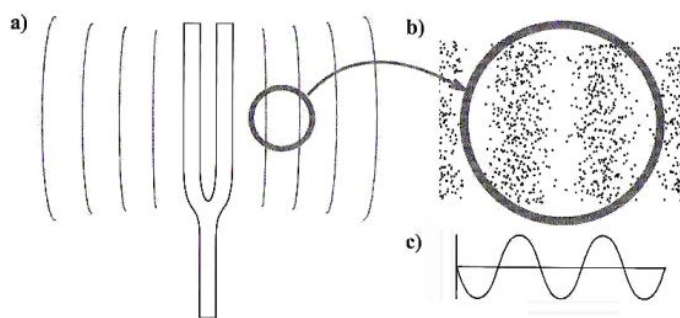
Zakaj sinusna funkcija? Razčistimo še vprašanje, zakaj smo za opis harmoničnega nihanja vzeli ravno sinusno funkcijo in ne kakšne druge periodične funkcije. Odgovor se skriva v diferencialni enačbi nihanja (2.8), katere rešitev je *sinusna funkcija* (2.13). Harmoničnemu nihanju lahko zato pravimo tudi *sinusno nihanje* (slika 2.3).

2.5.1 Dušeno sinusno nihanje

Omeniti velja, da je izpeljano sinusno nihanje popoln *matematični ideal*, ki v resničnem svetu ne obstaja. V resnici bi morali pri (2.5) upoštevati vsaj še to, da je sestavni del nihanja tudi *dušenje*, ki je sila, sorazmerna hitrosti nihanja. Dušenje seveda vpliva samo na amplitudo in ne na frekvenco. V enačbo (2.7)

⁸Prim. razdelek 2.3 na strani 6.

⁹Pri percepciji zvoka faza ne igra posebne vloge.

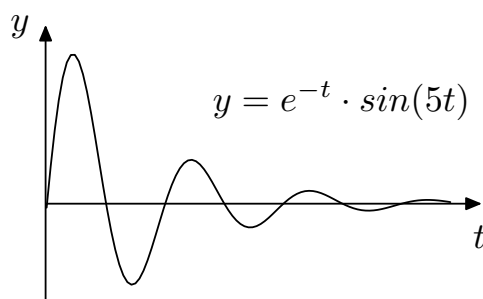


Slika 2.3: Nihanje glasbenih vilic (a) povzroča periodično spreminjanje zračnega tlaka. Zračne molekule v bližini vilic (b) tvorijo razredčine in zgoščenine, kar dobro opisuje sinusno nihanje (c).

se tako vplete nov parameter μ , *faktor dušenja*, ki poskrbi, da dobimo *linearno diferencialno enačbo drugega reda s konstantnimi koeficienti*:

$$m\ddot{y} + \mu\dot{y} + ky = 0. \quad (2.14)$$

S pomočjo analize dobimo ustrezno rešitev. Vse ostale podrobnosti si lahko bralec ogleda v [4].



Slika 2.4: Primer funkcije $y = f(t)$, ki predstavlja dušeno nihanje.

2.5.2 Vsiljeno sinusno nihanje

V splošnem lahko zgradbo glasbenega inštrumenta razdelimo na del, ki *generira* vibracijsko energijo, in del, ki *resonira* oz. *spreminja* vibracijsko energijo. Ravno vsiljeno sinusno nihanje je tisto, ki je odgovorno za proizvodnjo inštrumentu lastnega zvoka, kot tudi za percepcijo zvoka v polžu.¹⁰

¹⁰Prim. razdelek 2.2 na strani 5.

Tako enačbi (2.14) dodamo še izraz $f(t)$, ki predstavlja sinusno nihanje zunanjega stimulantata:

$$m\ddot{y} + \mu\dot{y} + ky = f(t). \quad (2.15)$$

Na tem mestu lahko ovrednotimo pomen dušenja, ki poskrbi, da amplituda sistema ne naraste *preko vseh meja*.¹¹

Na splošno igra resonanca pri inštrumentih *bistveno vlogo*. Resonančni vrh orgelske piščali mora biti ozek, tako da lahko posamezna piščal oddaja le eno izrazito frekvenco; obratno je pri resonančnem trupu klavirja, pri katerem je zaželen širok frekvenčni spekter, na katerega se trup odzove.

¹¹Znani so primeri zrušitve mostov.

Poglavje 3

Konsonanca in disonanca

Kljub vsem bogatim izkušnjam, ki sem jih pridobil v glasbi, moram priznati, da so moje ideje postale jasne šele s pomočjo matematike.

—Rameau¹

3.1 Glasbeni inštrumenti

Etnomuzikologija deli glasbene inštrumente v pet glavnih kategorij, ki razmeroma dobro ustrezajo matematičnim opisom generiranja zvoka:

- IDIOFONI — zvok je proizveden s *telesom* nihajočega inštrumenta (palčke, ksilofon ...),
- MEMBRANOFONI — zvok je proizveden z nihajočo napeto *membrano* (boben, pavke ...),
- KORDOFONI — zvok proizvaja ena ali več *strun* (violina, klavir ...),
- AEROFONI — zvok proizvaja nihajoči *steber* zraka (flavta, trobenta ...),
- ELEKTROFONI — zvok se proizvede s pomočjo *elektronike* (sintezator).

Proučevanje nihanja inštrumentov je pomembno pri proučevanju lestvic,² te pa so pomembne pri proučevanju harmonije.³ Najprej si bomo v razdelku 3.1.1 ogledali kordofone, saj jih lahko matematično najlažje opišemo z *valovno*

¹Jean-Philippe Rameau (*1683 — †1764) je bil eden izmed najpomembnejših francoskih glasbenikov in glasbenih teoretikov baroka.

²Prim. razdelek 3.3 na strani 18.

³Prim. razdelek 3.4 na strani 22.

enačbo prvega reda. Podobno je pri aerofonih, medtem ko se vse skupaj nekoliko zaplete v razdelku 3.1.2 pri membranofonih, saj dobimo *dvodimenzionalno valovno enačbo*. Pri idiofonih pa je zaplet z enačbami četrte stopnje največji.

3.1.1 Struna

Če *struno* zanihamo, najizraziteje zaslišimo njen *osnovni ton* (slika 3.1).



Slika 3.1: Prikaz nihanja vpete strune.

Na struno lahko gledamo kot na veliko število masnih delcev, sestavljenih skupaj. Ker lahko vsak tak delec niha samostojno, ima tudi vsaka idealna struna *veliko število načinov nihanj*. Preden struno izmaknemo, z dotikom na $\frac{1}{2}$ njene dolžine dosežemo, da zaniha na način, kjer srednji del *ostane pri miru*, obe polovici pa nihata z nasprotnima fazama. Sedaj slišimo oktavo višji ton oz. *dvakratnik frekvence* (slika 3.2).



Slika 3.2: Prikaz vpete strune z vzbujenim drugim načinom nihanja.

Zgodbo lahko nadaljujemo in v splošnem bo struna nihala z *mešanico vseh možnih načinov*, kar se bo odražalo v *mnogokratnikih osnovne frekvence*⁴ strune z različnimi amplitudami⁵ (slika 3.3).

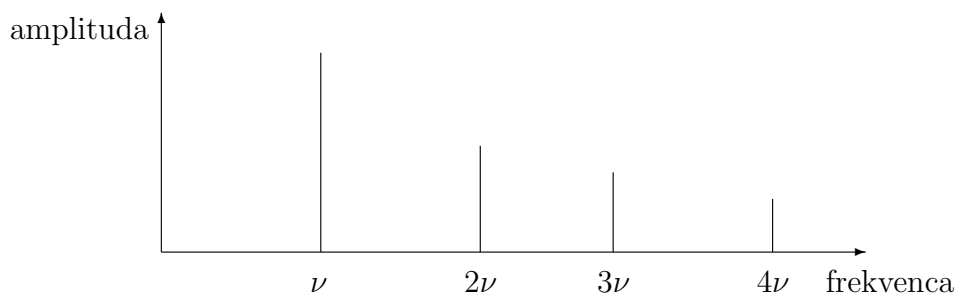
Kako bi opisali nihanja strune, ki je vpeti na obeh koncih? Zanima nas odmik strune y na mestu x v času t . Ker je naša funkcija y očitno odvisna od dveh spremenljivk, jo bomo morali zapisati v obliki odvodov. Predvidevamo tudi, da je odmik strune na poljubnem mestu majhen. Dobimo *valovno enačbo*:⁶

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad (3.1)$$

⁴Prim. prilogo A.2 na strani 46.

⁵Velikost posameznih amplitud je odvisna od načina, kako povzročimo izmik strune (pri kitari s pomočjo trzalice, pri klavirju s kladivcem itd.).

⁶Izpeljavo si bralec lahko ogleda v [4] na strani 92.



Slika 3.3: Diskretni spekter strune, ki nam prikazuje zastopane frekvence z amplitudami. Frekvenčne komponente so *celoštevilski mnogokratniki* osnovne frekvence; prav tako amplituda *pada* z višjimi frekvencami.

kjer je $c = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$ in T sila, ki napenja struno, ρ pa linearna gostota strune. Rešitev enačbe je možna z d'Alembertovim teoremom, le-to pa lahko razvijemo v Fourierjevo vrsto:⁷

$$y = C \cdot \cos\left(\frac{n\pi(x + ct)}{\ell} + \phi\right) - C \cdot \cos\left(\frac{n\pi(-x + ct)}{\ell} + \phi\right). \quad (3.2)$$

Nas zanima zlasti frekvenca n -tega alikvota, ki jo dobimo z uporabo (2.11): $\omega = 2\pi \cdot \nu = \frac{n\pi c}{\ell}$, kjer je ℓ dolžina strune, za c pa vstavimo $\sqrt{\frac{T}{\rho}}$:

$$\boxed{\nu = \frac{n}{2\ell} \cdot \sqrt{\frac{T}{\rho}}}. \quad (3.3)$$

Iz (3.3)⁸ je razvidno, da frekvence alikvotov⁹ naraščajo kot *mnogokratniki osnovne frekvence*.¹⁰

Podobno zgodbo bi lahko izpeljali pri nihanju *piščali*. Rešitev diferencialne enačbe nam ponovno ponudi celoštevilске mnogokratnike osnovne frekvence.

3.1.2 Opna

Napeta opna je dvodimenzionalni analog strunam. Na membrani se namreč lahko vršijo tako *koncentrični* kot *radialni* načini nihanja.

⁷Prim. prilogo A.1 na strani 45.

⁸Formulo je prvi odkril francoski jezuit Marin Mersenne (*1588 — †1648). Bil je teolog, filozof in matematik. Velja za očeta akustike.

⁹Prim. razdelek 3.2 na strani 17.

¹⁰V praksi ima struna nepravilnosti in na nekaterih mestih ni idealno prožna, zato ne niha natanko s celoštevilskimi mnogokratniki.

Oglejmo si *boben*, ki ima opno s površinsko gostoto (maso na enoto območja) ρ in radijem a . Če je meja opne pod *napetostjo* T , potem je vsa opna pod enako napetostjo.¹¹ Področje opne lahko parametriziramo z dvema spremenljivkama x in y , medtem ko nam bo spremenljivka z predstavljala odmik opne. Ko zapišemo ustrezno *valovno enačbo*,¹² je njena ustrezna rešitev:

$$z = A \cdot J_n\left(\frac{\omega r}{c}\right) \cdot \sin(\omega t + \phi) \cdot \sin(n\theta + \psi). \quad (3.4)$$

ϕ in ψ predstavljata fazni zamik, (r, θ) uvedbo polarnih koordinat (priredimo $x = r \cdot \cos \theta$ in $y = r \cdot \sin \theta$), ω kotno hitrost, t čas ter $c = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$. (3.4) mora zadostiti mejnim pogojem, kar pomeni, da mora biti $J_n\left(\frac{\omega a}{c}\right) = 0$. Povedano drugače, poiskati moramo korene oz. *ničle Besselove funkcije*,¹³ ki nam nakazujejo *lokacijo vozlov*.

Navadno označujemo *način nihanja* opne bobna z dvojčkom števil (n, k) , kjer je n nenegativna celoštevilska vrednost in pomeni število *radialnih vozlov*, k pa pomeni število *koncentričnih vozlov* in predstavlja k -to ničlo $J_n(z)$, ki jo označimo z $j_{n,k}$.

Frekvenca opne pri izbiri n in k je:

$$\nu = \frac{c \cdot j_{n,k}}{2\pi \cdot a}. \quad (3.5)$$

pozicija slike	način nihanja (n, k)	razmerje z osnovno frekvenco $\frac{j_{n,k}}{j_{0,1}}$
levo zgoraj	(0, 1)	1 (osnovna frekvenca)
desno zgoraj	(2, 1)	2, 1355
levo spodaj	(0, 2)	2, 2954
desno spodaj	(2, 2)	3, 5001

Tabela 3.1: Stacionarne točke v povezavi s sliko 3.4.

Iz (3.5) ter zlasti iz tabele 3.1 je razvidno, da dobljene frekvence *niso* mnogokratniki osnovne frekvence. V tej ugotovitvi bobni niso edini fenomen. Besselove funkcije se vpletejo tudi pri proučevanju nihanja ksilofona, glasbenih cevi, gonga, cimbal, zvonov . . .

¹¹Enota za napetost je sila na enoto razdalje $\left[\frac{N}{m}\right]$.

¹²Za izpeljavo valovne enačbe glej [4] na strani 112.

¹³Prim. prilogo A.3 na strani 47.



Slika 3.4: Načini nihanja pri pavkah.

3.2 Alikvotni toni

Teorija Fourierjeve vrste¹⁴ nam kaže, da lahko zvok *razstavimo na vsoto sinusnih nihanj* z različnimi fazami ter mnogokratniki osnovne frekvence.

Za zvok, ki vsebuje celoštevilске mnogokratnike osnovne frekvence, pravimo, da oddaja *harmonične alikvotne tone*. Komponenti tega zvoka, ki ima frekvenco ν , pravimo *osnovni ton* ali *prvi alikvotni ton*. Podobno lahko ostale komponente s frekvencami $m \cdot \nu$ za $m = 2, 3, \dots, \infty$ imenujemo *m-ti alikvotni ton*.¹⁵ Kadar frekvence ostalih komponent ne ustrezajo celoštevilskim mnogokratnikom osnovne frekvence, govorimo o *neharmoničnih alikvotnih tonih*.¹⁶

Konsonanca in disonanca. *Konsonančni* so tisti intervali, ki zvenijo ušesom *prijetno in stabilno*. *Disonančni* intervali so nasprotni konsonančnim in zvenijo *neprijetno in nestabilno*.

Zakaj je konsonančno tudi lépo? Na to vprašanje nam odgovarja več *teorij*:

¹⁴Prim. prilogo A.1 na strani 45.

¹⁵Konkretni primer strune smo spoznali v razdelku 3.1.1 na strani 14.

¹⁶Obravnavali smo primer opne v razdelku 3.1.2 na strani 15.

- KULTURNA — konsonančnost je odvisna od socialnih, kulturnih in stilističnih norm,
- AKUSTIČNA — pri določanju konsonančnosti se opira na akustične podrobnosti zvoka,
- PSIHOFIZIČNA — proučuje, kako nevrofizična struktura ušesa vpliva na dožemanje konsonance,
- KOGNITIVNA — proučuje učenje, pričakovanja in kategoriziranje zaznav; po tej teoriji bomo na primer občutili disonančen ton konsonančen, če smo prej slišali že vrsto izjemno disonančnih tonov.

V razpravi bomo dosegli vso potrebno jasnost z uporabo *akustične teorije*, kateri je izdelana ustrezna matematična podlaga.¹⁷

Razmerja. Razmerje¹⁸ *oktave* na struni zveni konsonantno,¹⁹ če pa to razmerje malenkost spremenimo, slišimo disonanco. Vzrok temu je dejstvo, da so pri disonanci alikvotni toni strune obeh zvenov *dokaj blizu*, kar naše uho interpretira kot disonanco in to deluje neugodno (glej sliko 3.5).

Tudi interval *kvinte* dojemamo kot konsonančnega, saj se tretji alikvot *prime* ujema z drugim alikvotom kvinte.

Dejstvo, da so alikvotni toni pri dožemanju konsonančnosti bistveni, lahko podpremo z raziskovanji Pierca, ki je leta 1966 [13] ugotovil, da lahko skoraj katerikoli interval napravimo za konsonančnega, če le proizvedemo alikvotne tone obeh zvenov tako, da so med seboj *usklajeni*.

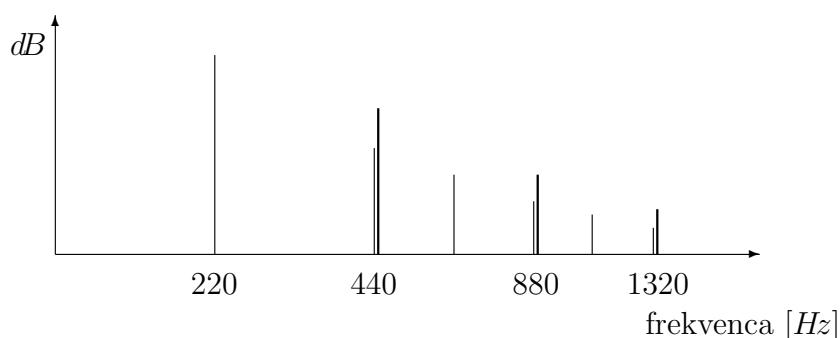
3.3 Lestvice

Lestvica je *vrsta tonov* s točno *določenimi razmerji* med njimi. Ker je večina lestvic prirejenih za uporabo v harmoniji, kjer hkrati nastopa *več tonov*, je bistveno vprašanje, kakšna bodo razmerja med posameznimi toni. Na to vprašanje nam odgovarja narava proizvodjanja zvoka določenega inštrumenta,

¹⁷Prim. razdelek 3.1 na strani 13.

¹⁸V glasbi pravimo razmerjem *intervali*, ki jih je moč medsebojno kombinirati (dodajati z množenjem in odvzemati z deljenjem njihovih razmerij).

¹⁹Kot zanimivost povejmo, da je tovrstna ugotovitev stara že poltretje tisočletje. Pitagora je namreč s svojimi poizkusi dognal, da dve struni dajeta prijeten zvok, če sta njuni dolžini v *celoštevilskem razmerju*.



Slika 3.5: Primer disonance. Imamo dva zvoka s frekvencama 445 Hz in 220 Hz. Dobimo naslednje alikvote (v Hz): [445, 890, 1335 ...] ter [220, 440, 660, 880, 1100, 1320 ...].

kot je napisano v prejšnjih poglavjih.²⁰ Šele *usklajenost* lestvice z alikvotnimi toni inštrumenta nam lahko nudi užitek konsonančnosti.

3.3.1 Zgodovina

Prva znana oseba, ki je proučevala sisteme lestvic, je bil Pitagora.²¹ Pitagorejci so glasbo imeli za *znanost* in poudarjali dejstvo, da imajo njihova izbrana števila za razmerja celo numerološki pomen (celotno pitagorejsko lestvico lahko zgradimo samo s pomočjo intervala oktave in kvinte, ki ustrezata razmerju 2 : 1 in 3 : 2).

3.3.2 Naravna lestvica

Naravna lestvica je za nas najbolj zanimiva. Temelji na že omenjeni lastnosti, da nekateri inštrumenti²² poleg osnovnega tona proizvajajo tudi njegove mnogokratnike. Naravna lestvica je sestavljena iz čistih (naravnih) intervalov in je tako *popolnoma konsonančna*, vendar le dokler se ne poslužimo modulacije ali transpozicije.

Njena slabost je torej, da omogoča takšno igranje samo *v eni tonaliteti*. Poleg tega je ni mogoče prilagoditi tako, da bodo vse stopnje trozvokov zvenele enako čisto. Če bi hoteli to slabost preprečiti, bi bila gradnja inštrumentov s takšno uglastvijo zelo zapletena (glej sliko 3.6).

²⁰Prim. razdelek 3.1 na strani 13.

²¹Pitagora (okr. *580 — †500 pr. Kr.) je bil starogrški filozof, matematik in mistik.

²²Prim. razdelek 3.1.1 na strani 14.



Slika 3.6: Zvočni harmonij, ki ga je leta 1875 izdelal Colin Brown, ima klaviaturo, ki omogoča igranje v naravni uglasitvi v *večih* tonalitetah. Njegova zapletenost uporabe je več kot očitna.

3.3.3 Druge lestvice

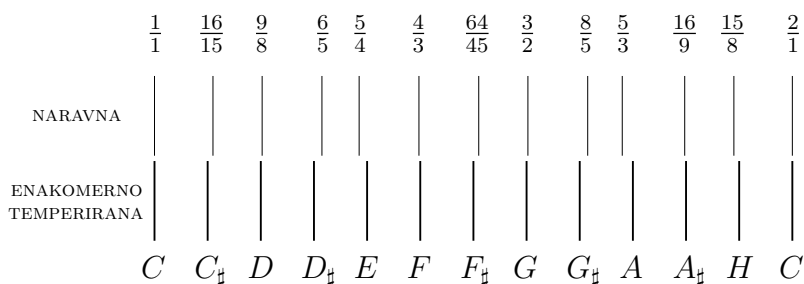
Po drugi strani je za skladatelje postala privlačna možnost po modulaciji. Zadrego s konstruiranjem naravne uglasitve so bolj ali manj dobro poizkušale rešiti mnogokatero uglasitve, ki so opisane v dveh sklopih.

Neenakomerno temperirana. Teži k dobri uglasitvi *nekaterih* intervalov (denimo terc in kvint), vendar zanemarja druge. Zanimiva in uporabna posledica takšnih uglasitev je, da posamezne tonalitete zvenijo različno, zato jim lahko pripišemo različne *karakterje*.

Enakomerno temperirana.²³ Vsa razmerja med intervali so *enaka*. Tovrsten kompromis ima za posledico *izgubo* izraznosti in čistosti, vendar mnogo manj zapleteno gradnjo mehanskih instrumentov. Ker je oktavno razmerje enako 2 : 1, je razmerje, ki ustreza dvanaajstim enakim delom enako $2^{\frac{1}{12}}$: 1, kar je *iracionalno število*. Ironično je, da se pri enakomerno temperirani lestvici ni ohranilo nobeno celoštevilsko razmerje (izvzemši oktavo; glej sliko 3.7), na kar se je tako skrbno pazilo pri mnogih prejšnjih uglasitvah.

V 19. stoletju se je enakomerno temperirana lestvica dokončno razširila, nemalokrat tudi z malenkostnimi odstopanji, da se je vendarle do neke mere ohranila individualnost tonalitet. V 20. stoletju pa so bile z razširitvijo kro-

²³Zanimivo je dejstvo, da je enakomerno temperirano lestvico izumil kitajski princ Chu Tsai-yu leta 1596.



Slika 3.7: Primerjava naravne in enakomerno temperirane lestvice.

matične in dvanajsttonske glasbe²⁴ večinoma *opuščene* neenakomerne uglastitve.

3.3.4 Mikrotonalnost

Z ozirom na *koliko stopenj* je neka lestvica *razdeljena*, ločimo: pentatonsko (5 stopenj), heptatonsko (7 stopenj) dodekafonsko (12 stopenj) in tako naprej.

Zdi se, da se rešitev problema idealne lestvice skriva pod pojmom mikrotonalnosti, ki nakazuje na *povečevanje* števila tonov. Jasno je, da mikrotonalnost sicer odpira veliko več *izraznega prostora*, se pa ob tem porajata dve pomembni vprašanji: kako takšne inštrumente izdelati ter dvom v zmožnost človeškega izvajanja glasbe na tovrstnih inštrumentih. Na prvi pogled nepremostljive ovire gradnje takšnih inštrumentov je možno preseči z uporabo računalnika.

3.3.5 Sveti gral

Do sedaj napisano o uglastitvah in lestvicah je le bežen oris že tisočletja dolge zgodbe, ki se še danes piše z vrsto eksperimentov. Zdi se, da je konstrukcija lestvice, ki bi bila primerna za *prav vse* situacije, bodisi nemogoča bodisi izjemno zahtevna za njeno apliciranje v prakso. Očitno človek že stoletja dovolj dobro shaja z 12 tonsko enakomerno temperirano lestvico, čeprav na račun njenih opisanih slabosti.

²⁴Pri tovrstni glasbi imajo kombinatorične zmožnosti in kromatični postopi *prednost* pred harmonijo.

3.4 Harmonija

Harmonija²⁵ je glasbena podveja, ki se ukvarja z *umetnostjo* prirejanja sozvenečih glasbenih tonov, njihovimi *razmerji* ter *razvezovanji*. Harmonija, vključno s klasično teorijo glasbe, temelji na celoštevilskih razmerjih, kot je napisano zlasti v razdelku 3.3.

3.4.1 Zgodovina

Pred dobo rimskega imperija se o harmoniji ve le malo. Glasba Stare Grčije je večinoma melodična, tako da osnovne zametke harmonije zasledimo šele v liturgični rabi *korala* v 10. st. po Kr., kjer so peli melodije v vzporednih oktavah, kvartah ali kvintah, medtem ko se interval terce ni smatral za konsonančnega in je bil v rabi zgolj kot prehajalni interval. Zgodba se spremeni v 14. stoletju, ko postaneta konsonančna tudi intervala terce in sekste.

3.4.2 Gradniki

Če privzamemo, da je interval oktave *osnovno orodje*,²⁶ se lahko brez težav uporablja prestavljanje intervalov na skupno oktavo. Tako dobimo pri alikvotnih tonih razmerja, ki jih prikazuje tabela 3.2.

razmerje	interval	številka alikvota
1 : 1	oktava	1, 2, 4, 8 ...
3 : 2	kvinta	3, 6, 12 ...
5 : 4	velika terca	5, 10 ...
7 : 4	mala septima	7, 14 ...

Tabela 3.2: Intervali, njihova razmerja in ustrezni alikvotni toni.

Izjemno zanimiva je ugotovitev, da se v prvih treh razmerjih skriva *durov trozvok*²⁷ s frekvenčnim razmerjem 4 : 5 : 6 (četrti, peti in šesti alikvotni ton). V vzhodni glasbeni tradiciji je omenjeni trozvok *osnovni* in prvi gradnik

²⁵Pod pojmom harmonija mislimo na široko pojmovanje besede, ki vključuje klasično, romantično, baročno, jazz ter narodno glasbo vzhodne kulture.

²⁶Prim. razdelek 3.2 na strani 17.

²⁷Raziskave so pokazale [11], da že majhni otroci brez večjega glasbenega izkustva zmorejo povezovati durove lestvice z *veseljem* in molove z *žalostjo*. Kot razlog se navaja, da so toni durovega trozvoka *bližje* prvim alikvotnim tonom.

akordov in lestvic. Oglejmo si notni primer, kjer so na tonu *c* izrisani alikvotni toni v notnem črtovju:



Podobno dobimo *molov akord* z desetim, dvanajstim in petnajstim alikvotom, vendar pa lahko na molov akord gledamo tudi kot na durov, le srednji ton spremenimo oz. ga kromatično znižamo (v harmoniji je to povsem običajno²⁸ in se imenuje *alteracija* akorda).

Zgodbo lahko nadaljujemo: če vzamemo še sedmi alikvot, dobimo razmerje 4 : 5 : 6 : 7, kjer nam vsi štirje toni v harmoniji predstavljajo *dominantni septakord* (= durov kvintakord z dodano malo septimo).

Glede na *mesto*, kjer se v *lestvici* akord pojavi, to označimo z rimsko številko. Če je številka velika, na tem mestu dobimo durov trozvok, sicer molov.²⁹ Tako po vrsti dobimo naslednje stopnje: I, ii, iii, IV, V, vi, vii⁰.³⁰

3.4.3 Gibanje

Harmonija ima pri zaznavanju³¹ zvoka zelo pomembno vlogo. Harmonska struktura ima težnjo po spreminjanju glede na metrično strukturo skladbe. To pomeni, da spremembe harmonij dojemamo zlasti na poudarjene dobe. V tako imenovanem *harmonskem gibanju* veljajo določena pravila in vzorci ter celo pričakovanja glede stopenjskega gibanja.

Velika večina vzhodne glasbe temelji na *kadencah*. Gre za zaporedje stopenj V→I ali njenih variacij. Tovrstni postopi vedno dajo občutek *stabilnosti* in končnosti, zato kadence veljajo za skelet glasbe. Že bežen vpogled v literaturo nam pokaže, da lahko večino glasbenega gradiva uvrstimo v shemo možnih kombinacij pri izbiri stopenj, kakor nam prikazuje tabela 3.3.

²⁸Prim. [3].

²⁹Obstaja ena izjema: vii⁰ ni molov trozvok, marveč zmanjšan oz. sestavljen iz dveh malih terc.

³⁰Za durove stopnje I, IV in V se navadno uporabljajo črke T, S in D.

³¹Prim. razdelek 2.4 na strani 8.

$$[\text{iii}] \rightarrow [\text{vi}] \rightarrow \begin{bmatrix} \text{IV} \\ \downarrow \\ \text{ii} \end{bmatrix} \begin{matrix} \searrow \\ \nearrow \end{matrix} \begin{bmatrix} \text{vii}^0 \\ \text{V} \end{bmatrix} \begin{matrix} \searrow \\ \nearrow \end{matrix} [\text{I}].$$

Tabela 3.3: Možne kombinacije pri stopenjskem gibanju.

Poglavje 4

Izbrana področja iz glasbene informatike

Glasba oživi ob izvajalcih in enako je pri matematiki. Goli simboli nimajo nič opraviti z matematiko, kot tudi ne note z glasbo. Enostavno predstavljajo izkušnjo.

—Devlin,¹ *Mathematics: The Science of Patterns*

4.1 Zapis glasbe

4.1.1 Zajem zvoka

Pri opisanih osnovnih lastnostih zvoka² je očitno dejstvo, da ima lahko nek zvok poljubno *zvezno* vrednost posameznih atributov. V računalništvu lahko zapišemo zvočno sliko z množico *diskretnih* vrednosti. Analogni signal je potrebno *digitalizirati* tako, da ga v zaporednih časovnih trenutkih *uzorčimo* in vsak posamezni zajem vzorca predstavimo z neko vrednostjo.³ Vsaki vrednosti vzorca moramo pripisati še najbližjo dovoljeno vrednost v binarni obliki. Iz opisa postopka je razvidno, da pretvorba analognega signala v digitalnega povzroči nekaj *izgube* informacije tako v amplitudnem kot v frekvenčnem smislu.

4.1.2 Notacija

Digitalizacija nam omogoča verjen *zapis* zvoka in s tem smo zapisali tudi *morebitno* glasbo. Vendar pa je takšen način zapisa glasbe lahko problematičen

¹Keith J. Devlin je angleški matematik in pisatelj. Zaposlen je na univerzi v Stanfordu.

²Prim. razdelek 2.3 na strani 6.

³To število predstavlja širino signala v danem trenutku oz. njegovo amplitudo.

zaradi dejstva, da je prava glasba pravzaprav neslišna.⁴ Tekom časa so se izoblikovali sistemi notacije, ki omogočajo *zapis glasbe*, zato se je glasba osvobodila prenosa zgolj z zvokom. V računalništvu nam vse podrobnosti o zapisu glasbe nudi izbran *format*.

MIDI (Musical Instrument Digital Interface). Gre za najbolj uporabljen mednarodni *protokol* za prenos glasbenih informacij med različnimi digitalnimi napravami. MIDI ne govori o glasbi kot o valovanju, marveč temelji na *dogodkih* in parametrih, ki dogodek opisujejo. Tako obstajajo trije osnovni tipi MIDI sporočil: notno, kontrolno ter sistemsko. Notno sporočilo nosi informacijo o tem, kdaj je začetni in končni čas note, v katerem glasu se je nota pojavila, njena glasnost itd. Kontrolna sporočila določajo parametre kot: odmev, glavna glasnost ipd. Sistemska sporočila vsebujejo posebne informacije glede na napravo, kjer poteka prenos (format prenosa).

MusicXML. Podoben je MIDI formatu, vendar ponuja še več možnosti za shranjevanje podatkov o glasbi. Njegova prednost je tudi ta, da je format v XML obliki, kar omogoča uporabo mnogih obstoječih sistemov za hranjenje, izmenjavo in obdelavo XML podatkov. Nudi dobro sliko o tem, katere note so v določenem trenutku aktualne, in še več: pove tudi to, katere note so znižane ali zvišane in kolikokrat, kar je za potrebe naše razprave obvezno.⁵ *MusicXML* je tudi neodvisen od kakršnekoli uglasitve, saj določa le to, da je oktava razdeljena na dvanaest delov, obenem pa dopušča kromatično nižanje in višanje posameznih not.

Slučajna spremenljivka. Zaradi enostavnosti in preglednosti te razprave sledi še povsem splošna matematična predstavitev glasbe, ki služi kot primerno orodje v nadaljevanju poglavja.

Glasbeno zaporedje not predstavimo z *diskretno slučajno spremenljivko* X , ki ima za *zalogo vrednosti* množico

$$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \quad (4.1)$$

in *porazdelitveno funkcijo*

$$F(x_k) = P(X < x_k) = \sum_{i=1}^{k-1} p_i. \quad (4.2)$$

⁴Izraz se zdi nekoliko neposrečen in ga pojasnimo z dejstvom, da so veliki skladatelji skladali praviloma zgolj v *mislih* ter to *zapisovali* na papir.

⁵Prim. razdelek 3.4 na strani 22.

X lahko predstavimo z *verjetnostno tabelo*, kjer so v prvi vrstici zapisane vse možne *vrednosti*, ki jih X lahko doseže, pod njimi pa so pripadajoče *verjetnosti*:

$$X : \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

V poljubni melodiji so vrednosti x_i posamezne različne note, p_i pa njihova verjetnost nastôpa v melodiji.

4.2 Statistične mere

Obstaja veliko statističnih orodij za *kvantitativno* proučevanje glasbe. V nadaljevanju je predstavljenih nekaj *statističnih mer* za analizo *melodije* v glasbi. Uporabljen je zapis glasbe, ki je opisan v razdelku 4.1.2.

- *Ambitus* ali obseg je najpreprostejše merilo za *razvitost* melodije in pomeni razliko med najvišjo in najnižjo vrednostjo X :

$$A = \max_{x_i \in X}(x_i) - \min_{x_i \in X}(x_i). \quad (4.4)$$

- *Srednjo vrednost* melodije dobimo z *matematičnim upanjem* X :

$$E(X) = \sum_{i=0}^n x_i \cdot p(x_i). \quad (4.5)$$

- *Razpršenost* melodije okrog srednje vrednosti nam poda *disperzija* X :

$$D(X) = E(X - E(X))^2. \quad (4.6)$$

- *Standardna deviacija*,

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}, \quad (4.7)$$

lahko služi kot merilo za razgibanost ali *razvitost* melodije.

- *Korelacijski koeficient* nam je lahko v pomoč pri *primerjanju* dveh različnih melodij X in Y :

$$r(X, Y) = \frac{E\left((X - E(X)) \cdot (Y - E(Y))\right)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}. \quad (4.8)$$

- *Kurtozis* (mera za sploščenost) je najpomembnejša pri proučevanju glasbenega sloga:

$$K(X) = \frac{E\left((X - E(X))^4\right)}{(D(X))^2} - 3. \quad (4.9)$$

Samo statistično obravnavanje melodije za resno proučevanje *ne zadošča*. Na primer, moč je najti primere melodij, ki imajo enake kurtozise, vendar se slogovno zelo razlikujejo.

4.3 Entropija

Leta 1948 je Shannon⁶ predstavil *informacijsko teorijo* [14]. Formaliziral in predstavil je idejo pojma *entropije*, ki je *mera za negotovost*.

Entropijo slučajne diskretne spremenljivke X lahko opazujemo kot dinamični in naključni sistem z n stanji in pripadajočimi verjetnostmi. Entropija takega sistema je:

$$H(X) = H(p_1, p_2, \dots, p_n) = k \cdot \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2(p_i), \quad (4.10)$$

kjer je k pozitivna *konstanta proporcionalnosti*. Negativni predznak pomeni, da model z večjo entropijo povzroča večjo negotovost (najbolj negotova situacija ima maksimalno entropijo).

Entropija se že dolgo časa uporablja kot *kvantitativen* pristop pri proučevanju glasbe. Kadar je entropija glasbe *majhna*, je glasba za poslušalca lahko *dolgočasna in enolična*, kadar pa *velika*, pa zelo *nepredvidljiva in neugodna*. Dobra glasba tako terja *dinamično ravnovesje* v meri entropije.

Tako je, denimo, Meyer leta 1957 [7] s pomočjo entropije opravil *opis in primerjavo* glasbenih stilov. Dalje sta Knopoff in Hucthinson leta 1983 [12] izvajala meritve entropije na večjih korpusih Mozarta, Schuberta in drugih skladateljev ter opazila *rast entropije* od 17. do 19. stoletja.

⁶Claude Elwood Shannon (*1916 — †2001) je bil ameriški elektrotehnik in matematik. Danes velja za očeta informacijske teorije.

4.4 Markovske verige

4.4.1 Zgodovina

Markov⁷ je *markovske verige* formuliral leta 1906 in svoj model uporabil za literarno analizo prvih 20 tisoč črk Puškinovega romana Jevgenij Onjegin. Prvotno so bile markovske verige tema študij matematične discipline stohastičnih procesov in so bile uporabljene za modeliranje naključnih procesov. Danes se uporabljajo na *mnogih področjih* (fizika, statistika, ekonomija, literatura ...).

4.4.2 Formulacija

Markovske verige modelirajo *obnašanje* končne množice stanj

$$\mathcal{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_n\}, \quad (4.11)$$

kjer nam v naši razpravi posamezno stanje v množici \mathcal{S} predstavlja *dogodek* za ton x (za dogodek bi v glasbi lahko vzeli tudi glasnost, trajanje, intervale itd.).

Stanja so med seboj *povezana* in spremembe med stanji so možne samo s *prehodi*.⁸ V markovskem modelu je *obnašanje verige* popolnoma določeno z naborom števil, ki jim pravimo prehodne verjetnosti in jih matematično predstavimo v *prehodni matriki*. Le-ta vsebuje vse pare vhodnih in izhodnih stanj ter prehodne verjetnosti med stanji. Tako nam poljubna vrstica prehodne matrike določa porazdelitev verjetnosti za prihodnja stanja. Jasno je, da mora biti vsota vseh elementov vrstice, po osnovnem izreku verjetnosti, enaka 1 (izjema so tiste vrstice, kjer ne obstaja nobenih zvez, zato je njih vsota enaka 0). Če se izrazimo splošneje, posamezne 'vrstice' morajo biti *normalizirane*:

$$\sum \dots \sum^n p = 1. \quad (4.12)$$

Največja moč markovskih verig je njihova zmožnost predvideti bližnjo *prihodnost*, ki temelji na dogodkih, ki so se zgodili v bližnji *preteklosti*. *Red markovske verige* predstavlja, koliko *zgodovine* (prejšnjih stanj) bomo upoštevali za določanje naslednjega stanja.

Muzikologi so v 50. letih prepoznali markovske verige kot potencialno orodje za *proučevanje glasbe*. Tako sta jih za komponiranje glasbe leta 1957 prva uporabila Isaacson in Hiller [5]. Sistem je z verjetnostmi preferiral konsonančne in

⁷Andrej Andrejevič Markov st. (*1856 — †1922) je bil ruski matematik.

⁸Od tod izhaja ime verige, saj so posamezna stanja med seboj povezana s prehodi kot veriga in glede na red tudi *verižno* vplivajo drug na drugega.

manjše intervale. Prav tako lahko z markovskim modelom odkrivamo *pravila*, ki so vsebovana v analiziranih kompozicijah.

Markovske verige ničtega reda. Velja:

$$P(S_{k+1} | S_k, S_{k-1}, \dots, S_1) = P(S_{k+1}), \quad (4.13)$$

kar pomeni, da trenutno in predhodna stanja nimajo nobenega vpliva na naslednje stanje. Prehodna matrika je *histogram*, ki za posamezno noto predstavlja število njenih ponovitev. Matrike melodij so si tako med seboj lahko precej podobne.

Markovske verige prvega reda. Velja:

$$P(S_{k+1} | S_k, S_{k-1}, \dots, S_1) = P(S_{k+1} | S_k). \quad (4.14)$$

Ker se glasba *razvija v času*, je smiselno vzeti v kontekst tudi note, ki so *predhodnice* opazovane. V tem primeru upoštevamo za napovedovanje naslednjega stanja samo trenutno stanje. Prehodna matrika je *dvodimenzionalna tabela*, ki vsebuje toliko elementov, kolikor je *kombinacij* not, ki lahko nastopijo:

$$\mathbf{P}_{ij} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Markovske verige drugega reda. Velja:

$$P(S_{k+1} | S_k, S_{k-1}, \dots, S_1) = P(S_{k+1} | S_k, S_{k-1}). \quad (4.16)$$

Drugi red markovskih verig upošteva pri napovedi naslednjega (N) stanja tudi prejšnjega (P) in trenutnega (T). V diatoničnem sistemu dobimo $7^3 = 343$ možnih razporeditev. Prehodna matrika postane *tridimenzionalna*, vendar jo lahko predstavimo kot dvodimenzionalno z zapisom $P : T \rightarrow N$ (v stolpcu tabele predstavimo dve noti, vrstica pa predstavlja sledečo noto).

Markovske verige m -tega reda. Velja:

$$P(S_{k+1} | S_k, S_{k-1}, \dots, S_1) = P(S_{k+1} | S_k, S_{k-1}, \dots, S_{k-(m-1)}). \quad (4.17)$$

Zgodbo lahko ponavljamo vse do velikosti kompozicije. Pri najvišjem možnem redu upoštevamo celotno kompozicijo. Z večanjem reda lahko v skladbi odkrivamo ponavljajoče se fraze in dalje tudi oblikovne dele. Z večanjem reda prehodne matrike se nam manjša nedoločenost,⁹ zato nam višji redi nudijo večje odkrivanje zakonitosti. Pri večanju reda ne smemo pozabiti, da vsi toni *niso* enako pomembni. Omenili smo že kadence,¹⁰ ki imajo bistveno večjo težo, in so nekatere študije posvečene samo njim.

Prehodna matrika je v tem primeru m -dimenzionalna. Zaradi eksponentne rasti velikosti takšne matrike lahko to predstavlja problem tudi za današnje računalnike. Obstajajo dokaj enostavni načini za poenostavitev postopkov računanja, saj je navsezadnje potrebno operirati le z nenegativnimi vrednostmi.

4.4.3 Homofonija

Pri *homofoniji* se naše opazovanje razširi na *več hkratnih* tonov, ki v glasbi tvorijo *akord*.¹¹ V tem primeru posamezna stanja iz \mathcal{S} pomenijo dogodek \mathbf{x} , ki je *vektor* in ima toliko komponent t , kolikor je tonov v akordu:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_t \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Sedaj govorimo o verjetnostih, da se po stanju S_k , ki predstavlja dogodek akorda \mathbf{x}_{S_k} , zgodi stanje S_{k+1} , ki predstavlja dogodek akorda $\mathbf{x}_{S_{k+1}}$.

⁹Prim. razdelek 4.3 na strani 28.

¹⁰Prim. razdelek 3.4 na strani 22.

¹¹Glasbena teorija glede na število hkratnih tonov loči: interval (2 tona), trozvok (3 toni), četverzvok (4 toni), peterzvok (5 tonov) itd.

4.5 Glasba in skladanje

Analitični računski stroj ne bo zmožen operirati samo nad števili. Če bi osnovne povezave v znanosti glasbene harmonije in kompozicije prilagodili, bi morda stroj lahko skladal dovršene, obsežne in zahtevne skladbe.

—Lovelace¹²

Skladanje lahko označimo kot *nedeterministično metodologijo*,¹³ kar nas pripelje do besede *umetnost*.

Statistika. V 50. letih prejšnjega stoletja je nekaj skladateljev in raziskovalcev razvilo statistične tehnike¹⁴ za komponiranje glasbe ([5], [10] et al.). Gre za *zbiranje* podatkov o porazdelitvi tonov, ritmov, intervalov ipd. iz nekega želenega korpusa. Izmerjene porazdelitve so dalje uporabljene za naključno generiranje glasbe, ki ima enake *statistične lastnosti*, kot glasba iz korpusa.

Sistem pravil. Na skladanje lahko gledamo kot na sistem *obteženih pravil*. Kreiranje skladbe je *graf*, kjer so posamezna vozlišča možne skladateljske poteze. V grafu iščemo *optimalno pot* do kompozicije zelene velikosti. Gre za izbiranje zanimivih zaporedij iz kaotične zmesi vseh možnosti. Ob tem se pojavi kar nekaj zadreg. Je sploh možno zajeti *vsa* pravila za nek glasbeni stil? Poleg tega si ob veliki množici pravil, določena med seboj *kontradiktirajo*.

Nevronske mreže. Zaradi v prejšnjem odstavku naštetih težav je boljše snovati sistem, ki se je zmožen *sam učiti* in svoje znanje odražati v glasbi. Na področju *umetne inteligence* obstajajo sistemi, ki omogočajo *samoučenje*. Eden izmed njih so *nevronske mreže*, ki imajo sposobnost učenja na učni množici ter nato opravljati sklepanja na primeru, ki ni povsem enak nobenemu prejšnjemu. Slaba lastnost mrež je, da svojih odločitev ne pojasnijo; prav tako nimamo zagotovila, da je izbrana rešitev optimalna.

Tako so Hild, Feulner in Menzel leta 1991 predstavili računalniški program HARMONET, ki je sposoben harmonizirati koralne melodije v stilu Bacha. Pri svojem delu so uporabljali zlasti nevronske mreže. Nekatere harmonizacije so bile obetavne in bi jih lahko postavili ob bok improvizaciji glasbenika.

¹²Ada Lovelace (*1815 — †1852) je bila hčerka znanega angleškega pesnika lorda Byrona in velja za prvega programerja.

¹³To pomeni, da ob *enakih* vzrokih dobimo *različne* posledice.

¹⁴Prim. razdelek 4.2 na strani 27.

Markovske verige. Postopek za skladanje z markovskimi verigami je preprosto. Potrebno je le poznavanje *prehodne matrike* za posamezne parametre in *porazdelitve kadenc*. Tako je možno s pomočjo ustreznih prehodnih matrik skladati glasbo, ki *slogovno ustreza* določenemu etničnemu področju, skladatelju ali dobi.

Medtem ko umetna inteligenca teži h *generalizaciji* kriterijev, ki so izraženi kot pravila, je pri markovskih verigah ravno nasprotno — vsak dogodek je poseben primer. Delovanje markovske verige je izrazito *linearno*, kar pomeni, da je nahajanje v stanju fiksno in ne omogoča *vračanja*. Algoritmi za skladanje lahko ob takšnem postopu naletijo na slepe ulice, ki jih je možno reševati z vračanjem, ki je tehnika umetne inteligence in omogoča nadaljevanje na obetavnejši poti. Tako je model markovskih verig potrebno skoraj nujno dopolniti, da končne kompozicije ne bi vsebovale le nekih nepovezanih drobcev, ampak bi bili posamezni elementi med seboj tudi ustrezno *uravnoteženi*.

Je računalnik sposoben skladanja? Leta 1950 je Turing¹⁵ podal idejo, da kadar ne moremo več ločiti, ali komuniciramo z inteligentno osebo ali z računalnikom, lahko rečemo, da je računalnik *intelligenten*. Vzporednico bi lahko povezali tudi z glasbo; ko ne bomo več zmožni ločiti, ali je neko kompozicijo napisal skladatelj ali računalnik, bomo lahko rekli, da je računalnik sposoben skladanja.

Še vedno obstaja pomembna razlika med računalniškimi kompozicijami, ki ne prekršijo nobenih pravil in *pravo glasbo*. Bistvena in prva sestavina vsake prave skladbe je namreč *vsebina*.

Zaključimo z opisom, kako je skladatelj Smetana¹⁶ opisal vsebino svoje simfonične pesnitve Vltava:

“Skladba opisuje tok Vltave, začeni od obeh izvirov — hladne in tople Vltave med obvodnimi gozdovi in lokami, kraji, kjer pravkar obhajajo vesela proščanja; v mesečini roj rusalk; nad bližnjim skalovjem ponosno kraljujejo gradovi, dvorci in razvaline; Vltava se vrtinči skozi brzice svetovljanske; nadaljuje v širokem toku proti Pragi. Pojavi se Vyšehrad in reka se izgubi v daljavi, v mogočnem toku Labe.”

¹⁵Alan Mathison Turing (*1912 — †1954) je bil angleški matematik in kriptograf. Velja za očeta računalništva.

¹⁶Bedřich Smetana (*1824 — †1884) je bil češki skladatelj.

Poglavje 5

Aplikacija

V razdelku 4.4 je podana možnost *proučevanja* glasbe s pomočjo markovskih verig, kar služi kot osnova izdelani *aplikaciji*, s pomočjo katere lahko *podrobno analiziramo* poljubno skladbo. Računalniški program je napisan v skriptnem jeziku PHP, kar omogoča takojšnjo *spletno uporabo* aplikacije.

V tabeli 5.1 je prikazan ustrezen *vrstni red*, v katerem aplikacija deluje.

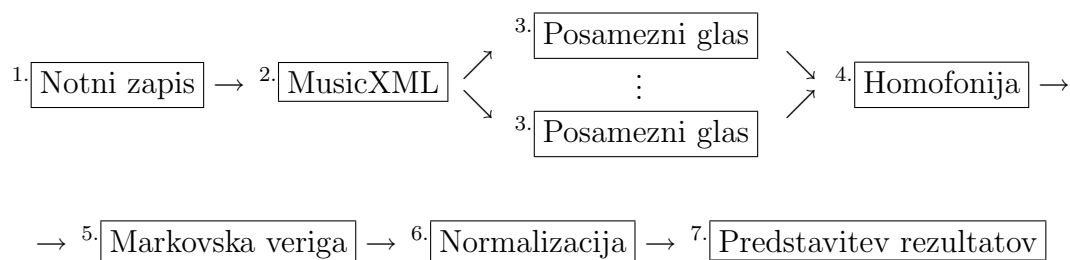


Tabela 5.1: Shema aplikacije.

Opis posameznega koraka:

1. Skladbo je potrebno imeti zapisano v natančno *določeni obliki*. Ker je za nas primeren zapis v formatu *MusicXML*,¹ je potrebno z ustreznim zunanjim programom zapis skladbe *pretvoriti* v omenjeni format.
2. Program sprejme datoteko v formatu *MusicXML*, iz katere lahko razbere *vse potrebne parametre* za izdelavo markovske verige.

¹Prim. razdelek 4.1.2 na strani 25.

3. Sledi izpeljava *posameznih glasov* (*zaporedje not* za vsak glas v homofoniji), kjer se upošteva naslednje: ime note, višina, predznak in trajanje.²
4. Iz vseh pridobljenih glasov sledi *izdelava homofonije*, ki je tokrat obravnavana tako, da se glede na *kakršnokoli spremembo* v posameznem glasu doda nov dogodek v homofonijo.
5. Iz pridobljene homofonije, ki ni nič drugega kot *zaporedje ustreznih dogodkov*, izdelamo markovsko verigo glede na podani red.
6. Izdelana markovska veriga vsebuje v svoji prehodni matriki zgolj pogostosti posameznega dogodka, kar je potrebno ustrezno *normalizirati*, tako da je za vse prehode iz istega dogodka vsota verjetnosti vedno enaka 1.
7. Na koncu sledi *predstavitev rezultatov* analize glede na podani verjetnostni prag. Prikažemo tako *dogodke*, kot *prehodne verjetnosti* teh dogodkov, poleg tega pa še *pogostosti* posameznih dogodkov.

²Pri trajanju se opravi ustrezna preslikava iz imena trajanja v celoštevilsko vrednost. Upoštevati je potrebno tudi morebitne pike, ki trajanje podaljšujejo.

5.1 Implementacija

Implementacija dosledno sledi korakom, ki so prikazani v tabeli 5.1. Kljub temu velja izpostaviti nekaj podrobnosti.

- Omenjeno je že bilo, da v skladbi proučujemo *homofonijo*, kar pomeni *vertikalni pogled* v času na vse glasove hkrati. Zaradi tega je *vrstni red* glasov zelo pomemben.³
- Glasovi so obravnavani vedno od *spodaj navzgor* oz. povedano drugače, od najnižjega do najvišjega. Ob tem smo predpostavili, da je zapis v datoteki XML temu ustrezen, in tako kot *prvi* glas vedno obravnava *najvišji* glas ter tako naprej do najnižjega.
- V razdelku 3.4 je zapisano, da se dojemanje harmonije odraža glede na kakršnokoli *spremembo* v vodenju posameznih glasov. Tako program ob vsaki spremembi tvori *nov dogodek* in ga nato uporabi pri izdelavi markovske verige.
- Verjetnosti v *prehodni matriki* so določene strogo *analitično*. Težave z optimizacijo in eksponentno rastjo prehodnih matrik so v programu rešene tako, da se upošteva samo *možne* dogodke in uporablja *dvodimenzionalno tabelo*, ki v *prvi* dimenziji hrani posamezne dogodke ($Y \rightarrow X$), v *drugi* dimenziji pa *prehodne verjetnosti* in *število ponovitev* dogodka.

Za podrobnejši vpogled v implementacijo sta v nadaljevanju predstavljena dva zanimivejša *algoritma*.

Algoritem 1 opisuje postopek za *pridobitev homofonije* iz posameznih glasov. Algoritem v prvi zanki nastavi števec, ki skrbi, da je vedno znana *trenutna pozicija* v posameznem glasu ter *trenutni navidezni čas* za posamezen glas. V drugi zanki pa *vzporedno* sledi vsem glasovom in vsako najmanjšo spremembo v kateremkoli glasu obravnava kot *nov harmonski pojav*, ki ga zapiše v spremenljivko *homofonija*. Na koncu dobimo *zaporedje vseh harmonskih pojavov* v skladbi. Vsakršna sprememba v *načinu proučevanja* skladb bi zahtevala poseg v opisan algoritem.

³To velja zlasti za *basov ton*; trozvoki se namreč ločijo na *kvintakord*, *sektakord* ter *kvartsektakord* glede na razdaljo basa do ostalih dveh tonov.

Vhod: *glasovi* — seznam potêka posameznih glasov.
Izhod: homofonija vseh glasov.

```

glavniStevec ← 0;
funkcija ← 0;
najvecjiCas ← dolzinaGlasu(glasovi);
for stevec ← 0 to |glasovi| do
    // Trenutna pozicija posameznega glasau, kjer se nahajamo.
    trenutnePozicije[stevec] ← 0;
    // Števci za trenutni navidezni čas za posamezni glas.
    navidezniCasi[stevec] ← trajanjePrveNote(glasovi[stevec]);
end
while glavniStevec < najvecjiCas do
    glavniStevec ← poisciNajmanjsega(navidezniCasi); // Priredimo
    najmanjšo vrednost trenutnega stanja vseh števec navideznih časov.
    for stevec ← 0 to |glasovi| do
        // Pridobitev trenutne homofonije.
        homofonija[funkcija] ← note(glasovi, trenutnePozicije,
        stevec);
        // Vsi števci navideznega časa posameznega glasau, ki ustrezajo
        glavnemu števcu, se povečajo za naslednjo dolžino.
        if (navidezniCasi[stevec] = glavniStevec) ∧
        (navidezniCasi[stevec] < najvecjiCas) then
            trenutnePozicije[stevec] ← trenutnePozicije[stevec] + 1;
            navidezniCasi[stevec] ← navidezniCasi[stevec] +
            trajanje(glasovi, trenutnePozicije, stevec);
        end
    end
    funkcija ← funkcija + 1;
end
return homofonija;

```

Algoritem 1: Izdelava homofonije iz seznama glasov; sprememba horizontale se opravi ob prvi spremembi v kateremkoli glasau.

Algoritem 2 *izdela markovsko verigo* iz prej pridobljene homofonije. Predstavlja *srce programa*, saj večji del preostale kode skrbi zgolj za *pripravo* najprimernejše oblike podatkov za vhod algoritma oz. za nazoren prikaz izhoda. Algoritem obravnava *vsak akord*, ki je podan v homofoniji. Pri tem upošteva podani *red* verige, ki narekuje *število zaporednih akordov*. Vsako takšno zapo-

redje obravnava kot *dogodek* z ustrežno pogostostjo (dogodkom, ki so v verigi že prisotni, zgolj *povečuje* pogostost).

Vhod: *homofonija*; *red* — red markovske verige.

Izhod: nenormalizirana markovska veriga izbranega reda podane homofonije.

```

for i ← 0 to |homofonija| − red do
    // Glede na red markovske verige shranimo potrebno zaporedje
    akordov (dogodek).
    for j ← 0 to red do
        | dodajAkord(dogodek, homofonija[i + j]);
    end

    // V primeru, da dogodek že obstaja v verigi, mu zgolj povečamo
    pogostost.
    if jeZePrisoten(markovskaVeriga, dogodek) then
        | povecajPogostost(markovskaVeriga, dogodek, 1);
    else
        // Sicer nadaljujemo verigo in pogostost nastavimo na 1.
        dodajDogodek(markovskaVeriga, dogodek);
        povecajPogostost(markovskaVeriga, dogodek, 1);
    end
end
return markovskaVeriga;

```

Algoritem 2: Izdelava markovske verige izbranega reda glede na podano homofonijo.

5.2 Uporabniški vmesnik

Uporaba programa poteka s poljubnim *spletnim brskalnikom* preko enostavnega uporabniškega vmesnika.

Vhod programa. Potrebno je podati ustrezno *datoteko*, ki vsebuje praviloma *homofono skladbo*, katero želimo analizirati. Vhodno datoteko lahko *pri-
dobimo* s katerim od programov za notografiranje, ki omogočajo *izvoz skladbe v
formatu MusicXML*. V notografskem programu lahko skladbo predhodno *tran-
sponiramo* v željeno *skupno tonaliteto* in tako medsebojno lažje primerjamo

rezultate.⁴ Dalje lahko v eno datoteko izvozimo več skladb in tako izvajamo analizo nad obširnejšim opusom hkrati. Tovrstna opcija je lahko zanimiva zlasti takrat, ko želimo analizirati določen slog, skladatelja in podobno.

Poleg tega v programu izberemo še željeni red markovske verige ter verjetnostni prag, s katerim povemo, katere prehodne verjetnosti naj prikazuje.

Izhod programa. Po opravljeni analizi program izpiše ustrezne rezultate — markovsko verigo s prehodnimi verjetnostmi, skupaj s pogostostmi posameznih dogodkov. Format izpisa je HTML koda, kar navsezadnje dopušča enostavno možnost poljubne uporabe aplikacije drugje. Primer izpisa je prikazan na sliki 5.1.

Analiza homofonije s pomočjo markovskih verig višjih redov

Analiza datoteke *Zdravica.xml* z markovsko verigo reda 1. Padajoče so izpisane vse verjetnosti $P(X|Y)$, ki so večje od 0,0, označene pa so tudi pogostosti dogodka n .

P(X Y)	n	Y	X
1	2	*-*.*-*	*-*E4-G4
1	2	*-*F4-A4	G3-G3-D4-F4
1	2	G3-G3-D4-F4	G3-A3-D4-F4
1	2	G3-A3-D4-F4	G3-H3-D4-F4
1	2	G3-H3-D4-F4	*-*C4-E4
1	2	*-*C4-E4	*-*E4-G4
1	2	C3-A3-E4-C5	C3-G3-E4-C5
1	1	D3-D4-G4-H4	D3-C4-Fis4-H4
1	1	D3-C4-Fis4-H4	D3-C4-Fis4-A4
1	1	D3-H3-Eis4-Gis4	D3-C4-Fis4-A4
1	1	D3-A3-Fis4-D5	D3-A3-Fis4-C5
1	1	D3-A3-Fis4-C5	D3-C4-Fis4-A4

Slika 5.1: Zaslonski posnetek aplikacije ob končani analizi.

⁴Transponiranje sicer ni obvezno in program deluje neodvisno od izbrane tonalitete.

Poglavje 6

Analiza

6.1 Izvedba

Aplikacija, opisana v poglavju 5, je preizkušena na konkretnem primeru štiriglasne homofone skladbe *Zdravica*.¹

Komentar k skladbi. Skladba je *tonalna*, zgrajena po principih funkcionalne *terčne harmonije*.² Tonaliteta je *C-dur*, ki pa v 10. taktu preide v *e-mol*, in se v taktu 12 vrne v prvotno tonaliteto. Harmonske funkcije se menjavajo na dobo, pogosto celo na vsako osminko, kar nakazuje na *razgiban harmonski ritem*. V skladbi najdemo vse *glavne* in večino *stranskih stopenj*. V taktu 5 se prične pedalni ton, v naslednjem taktu pa nastopi akord stranskih vej — *dominanta dominante*. Oblika akordov je poleg *kvintakordov* pogosto tudi *sektakord* in *kvartsektakord*, pri četverzvokih pa poleg *septakorda* nastopata *sekundakord* ter *terckvartakord* (manjka le *kvintsektakord*). Kljub *kratki* skladbi (samo 17 taktov) je torej pestrosti dovolj.

Pretvorba skladbe v format *MusicXML* je opravljena s programom *Finale 2007*. Dobljena datoteka služi kot vhod v aplikacijo, kjer je možno izbirati med različnimi vrednostmi reda markovske verige.

¹Prim. prilogo B na strani 48.

²Prim. razdelek 3.4 na strani 22.

6.2 Rezultati

Ničti red. Oglejmo si najprej rezultate analize za *ničti red* markovske verige (tabela 6.1). Ničti red seveda zahteva nekoliko posebno obravnavo, saj prikazuje *pogostosti* posameznih akordov, iz česar lahko razberemo veliko. Verjetnosti so seveda povsod enake 1, prav tako so pogoji Y prazni (markovska veriga ne upošteva preteklosti).

Analiza je pokazala, da se akord C3-G3-E4-C5 pojavi kar 7 krat. To nas ne sme presenetiti, saj je naveden akord najbolj *osnoven* v tonaliteti naše skladbe; gre za *tonični kvintakord*, ki se v skladbi pojavi v taktih 9 in 13 ter seveda na koncu. Druga in tretja vrstica v tabeli predstavljata *enoglasje*, ki se očitno večkrat *ponovi*. Takšen rezultat je povsem smiseln, saj ton G predstavlja osnovni ton *dominante*, H pa *vodilni* ton k tonu C. Zanimiva je predzadnja vrstica v tabeli, kjer ponovno zasledimo *kvintakord tonike*, vendar tokrat v *premeščeni* obliki, kar v praksi zveni malenkost drugače od akorda v prvi vrstici. Zadnja vrstica predstavlja popolno tišino, ki v skladbi nastopi dvakrat.

$P(X Y)$	n	Y	X
1	7		C3-G3-E4-C5
1	5		G3-G3-G4-G4
1	4		H3-H3-H4-H4
1	4		*-*E4-G4
1	3		D3-C4-Fis4-A4
1	3		A3-A3-A4-A4
1	2		C3-E4-G4-C5
1	2		*-*-*-*

Tabela 6.1: Rezultati analize skladbe za *ničti red* markovske verige (izsek).

Prvi red. Markovska veriga *prvega reda* že upošteva zgodovino *enega* predhodnega harmonskega pojava. Prav tako se iz prvega reda vidi, da kjer obstaja samo *en* možen prehod, imamo *zakonitost* ($P(X|Y) = 1$), kjer pa obstaja *več* možnih prehodov, imamo *izbiro*.

V tabeli 6.2 je najprej navedenih nekaj zakonitosti. Prva je ta, da popolni tišini *vedno* sledi terca E4-G4. Dalje lahko ugotovimo, da se tudi ostala zaporedja v skladbi dogajajo večkrat, kar lahko smatramo kot ponavljanje nekega

motiva.³

V drugi polovici tabele stacionarne verjetnosti niso več enake 1, kar pomeni, da se določeni prehodi *ne* zgodijo vedno, marveč s *podano verjetnostjo*. Tako terci E4–G4 sledi bodisi terca na *višji stopnji* bodisi *kvintakord tonike*. Še večja entropija je pri prehodu z verjetnostjo $0, \bar{3}$, saj zanimivemu *septakordu na drugi dominantni* sledi bodisi *dominanta* bodisi *premeščanje* bodisi oddaljen *sekundakord* (zmanjšan z zmanjšano septimo) — vsi so *enako* verjetni.

$P(X Y)$	n	Y	X
1	2	*-*-*-*	*-E4-G4
1	2	*-F4-A4	G3-G3-D4-F4
1	2	G3-G3-D4-F4	G3-A3-D4-F4
1	2	G3-H3-D4-F4	*-C4-E4
1	2	C3-A3-E4-C5	C3-G3-E4-C5
0,5	2	*-E4-G4	C3-G3-E4-C5
0,5	2	*-E4-G4	*-F4-A4
$0, \bar{3}$	1	D3-C4-Fis4-A4	G3-H3-G4-G4
$0, \bar{3}$	1	D3-C4-Fis4-A4	D3-A3-Fis4-D5
$0, \bar{3}$	1	D3-C4-Fis4-A4	D3-H3-Eis4-Gis4

Tabela 6.2: Rezultati analize skladbe za *prvi red* markovske verige (izsek).

Tretji red. Z višanjem reda je upoštevanje *predhodne* harmonije večje, s tem pa tudi širina opazovanja skladbe.

V tabeli 6.3 so podani *najpogostejši* dogodki z *največjimi* verjetnostmi. Takoj je možno razbrati, da se nekatere daljše akordične zveze pojavijo *večkrat*, kar *dokazuje*, da ima skladba dele, ki se *ponavljajo*.

Še bolj zanimiv je tisti del tabele (primer na koncu), kjer za pogoj Y (prehodna *tonika*) obstajata *enakoverjetna dogodka* (*dominantna paralela* oz. *tonika e-mola* ali *subdominanta*).⁴ To izpričuje, da je skladatelj ob *istih* funkcijah uporabljal *različna* nadaljevanja; natančno kakšna so ta nadaljevanja, pa nam povejo rezultati analize.

³Omenjeno dejstvo postane bolj očitno, če povečujemo red verige.

⁴Prim. takte 9–10 in 13–14 v prilogi B na strani 48.

$P(X Y)$	n	Y	X
1	2	*-E4-G4 → *-F4-A4 → G3-G3-D4-F4	G3-A3-D4-F4
1	2	*-F4-A4 → G3-G3-D4-F4 → G3-A3-D4-F4	G3-H3-D4-F4
1	2	G3-G3-D4-F4 → G3-A3-D4-F4 → G3-H3-D4-F4	*-C4-E4
1	2	G3-A3-D4-F4 → G3-H3-D4-F4 → *-C4-E4	*-E4-G4
1	2	G3-H3-D4-F4 → *-C4-E4 → *-E4-G4	C3-G3-E4-C5
1	2	*-C4-E4 → *-E4-G4 → C3-G3-E4-C5	C3-A3-E4-C5
1	2	*-E4-G4 → C3-G3-E4-C5 → C3-A3-E4-C5	C3-G3-E4-C5
1	2	C3-G3-E4-C5 → C3-A3-E4-C5 → C3-G3-E4-C5	C3-G3-E4-C5
0,5	1	C3-A3-E4-C5 → C3-G3-E4-C5 → C3-G3-E4-C5	F3-A3-F4-C5
0,5	1	C3-A3-E4-C5 → C3-G3-E4-C5 → C3-G3-E4-C5	E3-G3-E4-H4

Tabela 6.3: Rezultati analize skladbe za *tretji red* markovske verige (izsek).

Poglavje 7

Zaključek

Pogled na proučevanje homofonije v skladbah, ki je izveden v diplomskem delu, seveda *ni edini možen*. Opazovanje glasbe s pomočjo markovskih verig ponuja izjemno *veliko* možnosti in je močno orodje *kvantitativnega* muzikološkega proučevanja.

V poglavju 6 je pridobljenih kar nekaj *nedvoumnih sklepov* samo iz ene kratke skladbe. Analiza bi dobila svojo pravo razsežnost šele z ustreznim *širšim* pogledom skrbno izbranega korpusa skladb, kjer bi sklêpi veljali za posameznega skladatelja, melos, stil in podobno, kar je seveda stvar muzikologije.

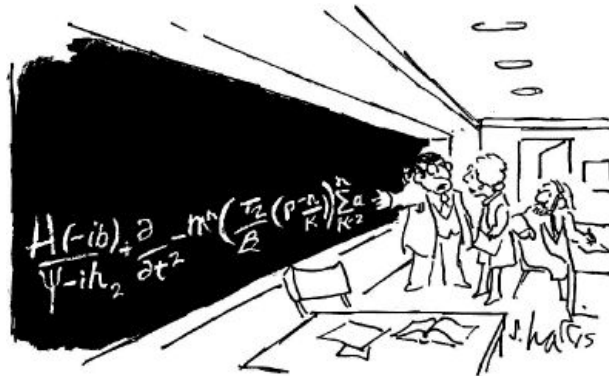
Zanimivo bi bilo aplikacijo glede na potrebe *nadgrajevati*. Smiseln korak je izgradnja *obtežene* markovske verige, ki spremembe harmonije na težke *dobe* obravnava kot *bolj* pomembne. Prav tako je bilo ob *večanju* reda verige opaziti¹ pojavljanje *enakih* harmonskih zaporedij — program bi lahko ponavljanja *zaznal* in celo, s stopenjskim prestavljanjem, odkrival *sekvence*.

Sklenimo z omembo možnosti *skladanja*, ki je pravzaprav zgolj uporaba prehodnih verjetnosti iz markovske verige. O tem je več napisanega v razdelku 4.5, kjer so tudi omenjene pri tem nastale težave.

¹Prim. razdelek 6.2 na strani 41.

Dodatek A

Matematično ozadje



“VENDAR, SAJ TO JE ŽE POENOSTAVljena VERZIJA ZA ŠIRŠO JAVNOST!”

A.1 Fourierjeva teorija

Kako lahko struna hkrati niha z več različnimi frekvencami? S tem problemom se je ukvarjalo več velikih matematikov v 17. in 18. stoletju. Eden izmed njih je bil tudi *Fourier*.¹ Predstavil je idejo, da je možno *periodične* funkcije analizirati s pomočjo *trigonometrične vrste* periodičnih funkcij *sin* in *cos*:

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \cdot a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos(n\theta) + b_n \cdot \sin(n\theta)), \quad (\text{A.1})$$

¹Jean Baptiste Joseph Fourier (*1768 — †1830) je bil francoski matematik in fizik, ki je opravil začetna raziskovanja tega področja v svoji knjigi iz leta 1822.

kjer so a_n in b_n konstante oz. *Fourierjevi koeficienti* funkcije (A.1):

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \cos(m\theta) \cdot f(\theta) \, d\theta, \\ b_m &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \sin(m\theta) \cdot f(\theta) \, d\theta, \\ a_0 &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\theta) \, d\theta. \end{aligned}$$

A.1 *konvergira* k vrednosti, ki je *povprečje* najvišje in najnižje vrednosti funkcije.

A.2 Fourierjeva transformacija

V želji, da bi bili sposobni analizirati tudi *neperiodične* signale, moramo uporabiti *Fourierjevo transformacijo*. Zanima nas *frekvenčni spekter* izseka zvoka. Izkaže se, da je za pridobitev frekvenčnega spektra potreben določen čas. Nihajno krivuljo je namreč potrebno analizirati v *časovnem oknu* okrog neke točke in ne v nekem trenutku, saj bi imeli na voljo premalo informacij. Fourierjeva transformacija $\hat{f}(\nu)$ je definirana kot:

$$\hat{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-2\pi \cdot i\nu \cdot t} \, dt, \quad (\text{A.2})$$

kjer nam ν predstavlja frekvenco, t pa čas. (A.2) nam torej pove, *koliko frekvence* ν je vsebovane v signalu $f(t)$.²

Izračun Fourierjevega transformata neke funkcije je navadno *časovno zahteven* proces.

Spekter. Spekter zvoka običajno prikažemo na *grafu*,³ kjer na horizontalno os nanašamo *frekvenco*,⁴ na vertikalno os pa *amplitudo*, ki je kar $|\hat{f}(\nu)|$ in je vedno nenegativna.

²Seveda je možno postopek obrniti; v tem primeru bi uporabili *inverzno Fourierjevo transformacijo*, vendar nas v naši razpravi to ne zanima.

³Prim. sliko 3.3 na strani 15.

⁴V razdelku 2.3 na strani 6 smo obrazložili, da je naše dojemanje frekvence logaritmčno, zato je tudi je merilo na osi logaritmčno.

A.3 Besselove funkcije

Besselove⁵ funkcije so rezultat uporabe teorije Fourierjeve vrste⁶ na funkcijah $\sin(z \cdot \sin \theta)$ in $\cos(z \cdot \sin \theta)$, kjer je θ spremenljivka in z konstanta.

Besselove funkcije na nek način ustrezajo dušeni sinusoidi,⁷ saj amplitude z večanjem z -ja *padajo*. $J_n(z)$ predstavlja Besselove funkcije *prve vrste*:⁸

$$J_n(z) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi \cos(n\theta - z \cdot \sin \theta) d\theta. \quad (\text{A.3})$$

Možno je tudi prideliti za računanje nekoliko primernejšo formulo:

$$J_n(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot \left(\frac{z}{2}\right)^{n+2k}}{k!(n+k)!}. \quad (\text{A.4})$$

⁵Friedrich Wilhelm Bessel (*1784 — †1846) je bil nemški matematik in astronom. Tovrstne funkcije je prvotno potreboval za proučevanje gibanja planetov.

⁶Prim. prilogo A.1 na strani 45.

⁷Prim. razdelek 2.5 na strani 8.

⁸Poznamo več družin Besselovih funkcij. Nas zanimajo samo funkcije prve vrste, ki so primerne za opisovanje načinov nihanja napete opne, kot smo to naredili v razdelku 3.1.2 na strani 15.

Dodatek B

Notni primer

Notni primer predstavlja skladba *Zdravica*,¹ skladatelja Premrla.² Notografija je opravljena s programom *Finale 2007*³ iz skladateljevega rokopisa⁴ iz leta 1901, ki ga hrani glasbena zbirka Narodne in univerzitetne knjižnice v Ljubljani.

Notografija je opravljena kot štiriglasen zborovski stavek brez besedila, dodana pa je tudi harmonska analiza, ki omogoča lažjo interpretacijo rezultatov analize.⁵

¹Gre za eno izmed uglasbitev Prešernove Zdravljice, katere kombinacija je bila 27. 10. 1994 z zakonom sprejeta kot državna himna Republike Slovenije.

²Stanko Premrl (*1880 — †1965) je bil slovenski duhovnik, skladatelj in glasbeni pedagog. Odločilno je vplival na razvoj slovenske glasbe in kot eden najbolj plodovitih skladateljev objavil preko dva tisoč skladb.

³<http://www.finalemusic.com/>.

⁴Do rokopisa je moč dostopati tudi preko Digitalne knjižnice Slovenije: <http://www.dlib.si/>.

⁵Prim. poglavje 6 na strani 40.

Zdravica

Stanko Premrl

6
T --- D T D --- T D D --- D

6---
4---3

#4
#2

7 --- 5-6-5- e:T --- S II K D -- T

T S D --- T ----- III - C:III T S D ---

6 #5---
7 4 4-#3

5-6-5--- 6 6 7-----6 2 6 6 4 b3 6 3 4

T ----- S --- T °T II ----- D S T VII T D T

Slike

2.1	<i>Zgradba ušesa</i>	6
2.2	<i>Sinusna funkcija</i>	10
2.3	<i>Nihanje glasbenih vilic</i>	11
2.4	<i>Dušeno nihanje</i>	11
3.1	<i>Nihanje strune</i>	14
3.2	<i>Struna z vzbujenim drugim načinom nihanja</i>	14
3.3	<i>Spekter strune</i>	15
3.4	<i>Načini nihanja pri pavkah</i>	17
3.5	<i>Primer disonance</i>	19
3.6	<i>Zvočni harmonij za naravno uglasitev</i>	20
3.7	<i>Naravna in enakomerno temperirana lestvica</i>	21
5.1	<i>Zaslonski posnetek aplikacije</i>	39

Tabele

<i>3.1</i>	<i>Stacionarne točke pri pavkah</i>	16
<i>3.2</i>	<i>Razmerja intervalov in ustreznih alikvotov</i>	22
<i>3.3</i>	<i>Stopenjsko gibanje v harmoniji</i>	24
<i>5.1</i>	<i>Shema aplikacije</i>	34
<i>6.1</i>	<i>Rezultati analize skladbe za ničti red markovske verige</i>	41
<i>6.2</i>	<i>Rezultati analize skladbe za prvi red markovske verige</i>	42
<i>6.3</i>	<i>Rezultati analize skladbe za tretji red markovske verige</i>	43

Algoritmi

1	<i>Izdelava homofonije iz seznama glasov</i>	37
2	<i>Izdelava markovske verige</i>	38

Literatura

- [1] RAVNIKAR, Bruno. Osnove glasbene akustike in informatike. *Ljubljana : DZS. 2001. ISBN-10: 86-341-2650-1.*
- [2] OSREDKAR, Janez. Glasbeni stavek — Harmonija 1. *Ljubljana : Zavod Republike Slovenije za šolstvo. 2003. ISMN: M-9009011-6-3.*
- [3] OSREDKAR, Janez. Glasbeni stavek — Harmonija 2. *Ljubljana : Zavod Republike Slovenije za šolstvo. 2004. ISMN: M-9009011-7-0.*
- [4] BENSON, David. Music: A Mathematical Offering. *Cambridge : Cambridge University Press. 2007. ISBN-13: 978-0-262-12282-5.*
- [5] ISAACSON; Hiller. Experimental Music. Composition with an Electronic Computer. *New York: McGraw Hill. 1959.*
- [6] LOY, Gareth. Musimathics, The Mathematical Foundations of Music, Volume 1. *Cambridge: The MIT Press. 2006. ISBN-13: 978-0-521-85387-3.*
- [7] MEYER, Leonard. Emotion and Meaning in Music. *Chicago: University of Chicago Press. 1961. ISBN-10: 0226521397.*
- [8] TEMPERLEY, David. Music and Probability. *Cambridge : The MIT Press. 2007. ISBN-13: 978-0-262-20166-7.*
- [9] AMES, Charles. The Markov Process as a Compositional Model: A Survey and Tutorial. 1989. *Leonardo, št. 2, zv. 22, str. 175–187.*
- [10] BROOKS; Hopkins; Neumann; Wright. An experiment in musical composition. 1957. *IRE Transactions on Computers, št. 6, str. 175–182.*

- [11] KASTNER; Crowder. Perception of the major/minor distinction: IV. Emotional connotations in young children. 1990. *Music Perception*, št. 8, str. 189–202.
- [12] KNOPOFF; Hutchinson. Entropy as a measure of style: The influence of sample length. 1983. *Journal of Music Theory*, št. 27, str. 75–97.
- [13] PIERCE, John. Attaining consonance in arbitrary scales. 1956. *Journal of the Acoustical Society of America*, št. 40, str. 249.
- [14] SHANNON, Claude. A Mathematical Theory of Communication. 1956. *Bell System Technical Journal*, št. 27, str. 379–423.
- [15] STEVENS, Stanley Smith. Calculation of the Loudness of Complex Noise. 1956. *Journal of the Acoustical Society of America*, št. 28, str. 807–832.
- [16] MusicXML Definition. 2008. Dostopno na spletnem naslovu: <http://www.musicxml.org/>.